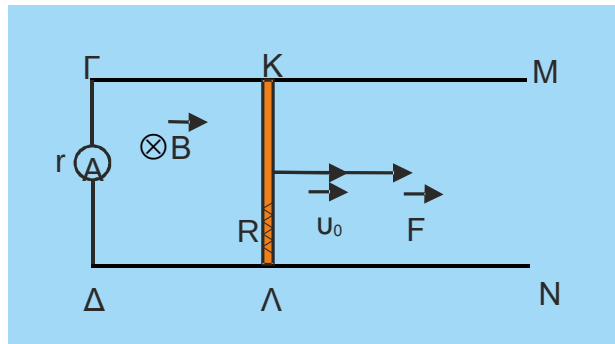


Ένας αγωγός επιταχύνεται ομαλά

Τα άκρα Γ και Δ δύο παράλληλων οριζόντιων αγωγών ΓΜ και ΔΝ, οι οποίοι δεν έχουν ωμική αντίσταση, συνδέονται με ένα αμπερόμετρο εσωτερικής αντίστασης $r=2\Omega$. Επάνω στο επίπεδο των δύο αγωγών είναι τοποθετημένος κάθετα προς τη διεύθυνση τους άλλος ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ



μήκους $\ell = 0,5\text{m}$, ο οποίος μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές. Η μάζα του αγωγού ΚΛ είναι $m = 5\text{kg}$ και η αντίσταση του $R = 8\Omega$. Το σύστημα των τριών αγωγών βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, του οποίου η μαγνητική επαγωγή (ένταση) $B = 2\text{T}$ είναι κάθετη στο επίπεδο των αγωγών. Κατά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κατά την οποία ο αγωγός ΚΛ έχει ταχύτητα $u_0 = 12\text{m/s}$ παράλληλη προς τους αγωγούς ΓΜ και ΔΝ, ασκείται εξωτερική δύναμη $\vec{F}$ ομόρροπη με την ταχύτητα. Ο αγωγός ΚΛ αποκτά σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a = 2\text{m/s}^2$ ομόρροπη με την ταχύτητα.

α. να εξηγήσετε γιατί στα άκρα του αγωγού ΚΛ εμφανίζεται Η.Ε.Δ. από επαγωγή και να την εκφράσετε σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. να σημειώσετε την πολικότητα της Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του αγωγού ΚΛ και τη φορά του ρεύματος, που διαρρέει το αμπερόμετρο και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

γ. να βρείτε το φορτίο που περνά από το αμπερόμετρο στα πρώτα 5s της κίνησής του.

δ. να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή $t = 5\text{s}$:

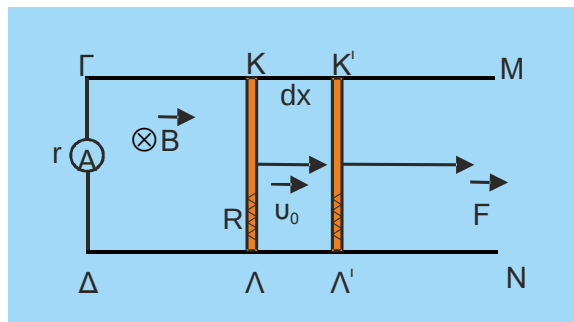
i. την ισχύ της δύναμης $\vec{F}$

ii. τη θερμική ισχύ στο κύκλωμα

iii. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ.

Λύση:

α. Καθώς ο αγωγός μετατοπίζεται, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το επίπεδο κίνησής του, εφόσον μεταβάλλεται το εμβαδόν επιφάνειας που σαρώνει ο αγωγός κατά την κίνησή του. Έτσι σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής θα εμφανιστεί Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του. Έστω μια νέα θέση του αγωγού (Κ'Λ') μετά από μικρή (στοιχειώδη) χρονική διάρκεια dt και μια στοιχειώδη μετατόπισή του κατά dx . Σύμφωνα με τον νόμο της επαγωγής θα έχουμε για το μέτρο της εμφανιζόμενης $E_{επ}$:



$$E_{επ} = \frac{d\Phi}{dt} \rightarrow E_{επ} = \frac{d(B \cdot A \cdot \sin\theta^0)}{dt} \rightarrow E_{επ} = B \cdot \frac{dA}{dt} \rightarrow$$

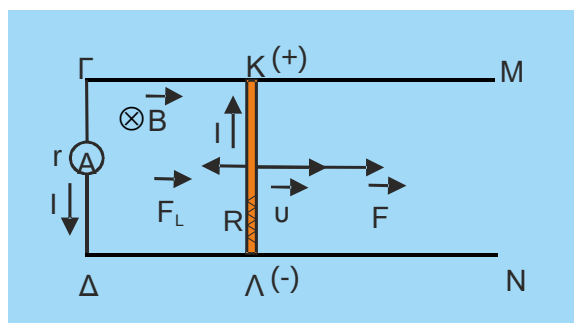
$$\rightarrow E_{επ} = B \cdot \frac{\ell \cdot dx}{dt} \rightarrow E_{επ} = B \cdot \ell \cdot v \rightarrow E_{επ} = B \cdot \ell \cdot [v_0 + \alpha \cdot (t - t_0)]$$

και μετά την αντικατάσταση των τιμών $E_{επ} = 12 + 2 \cdot t$ (S.I.) (1)

β. Η αιτία που δημιουργεί το φαινόμενο της επαγωγής και την συνεπακόλουθη εμφάνιση Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι η προς τα δεξιά κίνησή του. Επειδή ο αγωγός συμμετέχει σε κλειστό κύκλωμα, αυτό θα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I , οπότε ο αγωγός θα δεχτεί δύναμη Laplace $\vec{F}_L$, η φορά της οποίας θα πρέπει να είναι τέτοια, ώστε σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, να τείνει να αναιρέσει το αίτιο που δημιούργησε το φαινόμενο της επαγωγής, δηλαδή την προς τα δεξιά κίνηση του

αγωγού. Έτσι η φορά της $\vec{F}_L$ θα

πρέπει να είναι προς τα αριστερά, οπότε από τον κανόνα των τριών δακτύλων προκύπτει ότι το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό πρέπει να έχει φορά από το Λ προς το Κ (στο εσωτερικό του). Έτσι η πολικότητα της Η.Ε.Δ. από

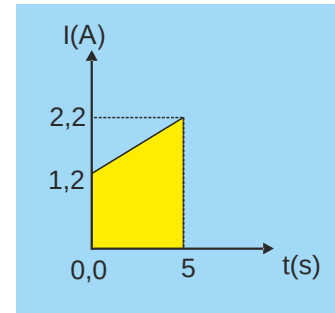


επαγωγή στα άκρα του αγωγού είναι Κ(+) και Λ(-) και η φορά του ρεύματος που διαρρέει το αμπερόμετρο είναι προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

$$\gamma. \text{ Είναι } I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R+r} \xrightarrow{(1)} I = \frac{12+2 \cdot t}{10} \rightarrow I = 1,2 + 0,2 \cdot t \quad (\text{S.I.}) \quad (2)$$

Παριστάνουμε γραφικά την ένταση του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο για τα πρώτα 5s της κίνησής του.

Το εμβαδόν του τραπεζίου, που περικλείεται μεταξύ του διαγράμματος και του άξονα των χρόνων, εκφράζει το φορτίο που πέρασε από το αμπερόμετρο στα πρώτα 5s της κίνησής του αγωγού. Έτσι



$$q = \frac{(2,2+1,2) \cdot 5}{2} \text{ C} \rightarrow q = 8,5 \text{ C}$$

Εναλλακτικά θα είχαμε (νόμος Neumann)

$$\begin{aligned} q &= \frac{\Delta\Phi}{R+r} \rightarrow q = \frac{B \cdot \Delta A}{R+r} \rightarrow q = \frac{B \cdot \ell \cdot \Delta x}{R+r} \rightarrow \\ &\rightarrow q = \frac{B \cdot \ell \cdot (v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t^2)}{R+r} \xrightarrow{\Delta t=5s} q = 8,5 \text{ C} \end{aligned}$$

δ. Είναι

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m \cdot \vec{\alpha} \rightarrow F - F_L = m \cdot \alpha \rightarrow F = B \cdot I \cdot \ell + m \cdot \alpha \xrightarrow{(2)} \rightarrow \\ &\rightarrow F = 11,2 + 0,2 \cdot t \xrightarrow{t=5s} F = 12,2 \text{ N} \end{aligned}$$

Επίσης

$$v = v_0 + \alpha \cdot (t - t_0) \xrightarrow{t=5s} v = 22 \text{ m/s}$$

$$\text{i. } P_F = F \cdot v \cdot \sin 0^\circ \xrightarrow{t=5s} P_F = 268,4 \text{ W}$$

$$\text{ii. } P_{\text{θερμ}} = I^2 \cdot (R+r) \xrightarrow{(2)} P_{\text{θερμ}} = (1,2 + 0,2 \cdot t)^2 \cdot 10 \xrightarrow{t=5s} P_{\text{θερμ}} = 48,4 \text{ W}$$

iii.

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} \rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx}{dt} \rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{dK}{dt} = m \cdot \alpha \cdot v \xrightarrow{t=5s} \frac{dK}{dt} = 220 \frac{\text{J}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι $P_F = P_{\text{θερμ}} + \frac{dK}{dt}$, όπως επιβάλλει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Σε ένα πιο θεωρητικό επίπεδο έχουμε

$$\begin{aligned} P_F &= F \cdot v \cdot \cos \theta^0 \rightarrow P_F = (B \cdot I \cdot \ell + m \cdot a) \cdot v \rightarrow P_F = B \cdot I \cdot \ell \cdot v + m \cdot a \cdot v \rightarrow \\ &\rightarrow P_F = E_{\varepsilon\pi} \cdot I + \Sigma F \cdot v \rightarrow P_F = I^2 \cdot (R + r) + \Sigma F \cdot v \rightarrow P_F = P_{\text{θερμ}} + \frac{dK}{dt} \end{aligned}$$

Παπάζογλου Αποστόλης