

Δύο κινούμενοι αγωγοί και η ΑΔΟ

86. Δύο ευθύγραμμοι αγωγοί ΚΛ και ΜΝ, έχουν ο καθένας μήκος $l = 0,5 \text{ m}$, μάζα $m = 0,25 \text{ kg}$ και αντίσταση $R = 1 \Omega$. Οι αγωγοί μπορούν να κινούνται πάνω σε δύο παράλληλα σύρματα $x'x$ και $y'y$, αμελητέας αντίστασης, που είναι οριζόντια, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το επίπεδο των δύο συρμάτων είναι οριζόντιο και οι αγωγοί εφάπτονται διαρκώς στα σύρματα. Το σύστημα βρίσκεται σε όλη του την έκταση μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$. Δίνουμε στους δύο αγωγούς αντίθετες αρχικές ταχύτητες μέτρου v_0 , ώστε να απομακρύνονται ο ένας από τον άλλον. Βρείτε:

α. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει αρχικά το κύκλωμα.

β. Το μέτρο της αρχικής επιτάχυνσης κάθε αγωγού.

Κάποια χρονική στιγμή t η ένταση του ρεύματος είναι το μισό της αρχικής της τιμής. Βρείτε:

γ. Την ταχύτητα κάθε αγωγού τη στιγμή χρονική t .

δ. Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας που έγινε θερμότητα έως τη χρονική στιγμή t .

Απ. [α. $I_0 = Bv_0l/R$, β. $a_0 = -B^2v_0l^2/m$, γ. $v = v_0/2$, δ. $Q/K_0 = 3/4$]

ΛΥΣΗ

α. Σχεδιάζουμε το κύκλωμα τη χρονική στιγμή t που οι δύο αγωγοί έχουν ταχύτητες με μέτρα v_1 και v_2 . Σε χρόνο dt οι δύο αγωγοί έχουν διανύσει διαστήματα dx_1 , dx_2 . Η κίνηση και των δύο αγωγών συνεπάγεται αύξηση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το κύκλωμα. Στο χρονικό διάστημα dt η αύξηση αυτή είναι:

$$d\Phi = B(dS_1 + dS_2) = Bl(dx_1 + dx_2)$$

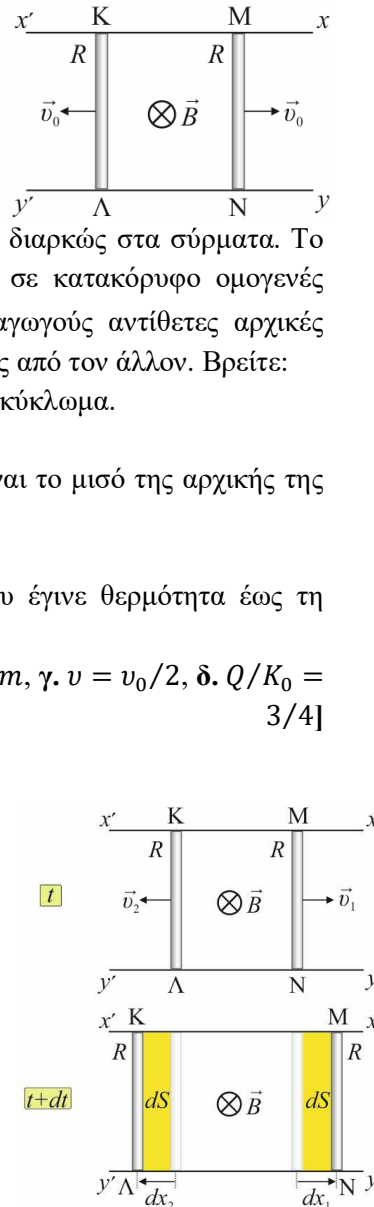
Η αναπτυσσόμενη επαγωγική ΗΕΔ είναι τότε:

$$\mathcal{E}_{\text{επ}} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{Bl(dx_1 + dx_2)}{dt} = Bl(v_1 + v_2)$$

Επομένως η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον βρόχο ΚΛΝΜ είναι:

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\text{επ}}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{Bl(v_1 + v_2)}{2R} \quad (1)$$

Αρχικά όμως είναι $v_1 = v_2 = v_0$. Έτσι η αρχική ένταση του ρεύματος είναι:



$$I_0 = \frac{Bl2v_0}{2R} = \frac{Blv_0}{R}$$

β. Η δύναμη Laplace σε κάθε αγωγό έχει μέτρο $F_L = Bil$. Από τον θεμελιώδη νόμο βρίσκουμε:

$$-Bil = ma \Rightarrow -B \frac{Bvl}{R} l = ma \Rightarrow a = -\frac{B^2 vl^2}{m}$$

Η αρχική επιτάχυνση είναι:

$$a_0 = -\frac{B^2 v_0 l^2}{m}$$

γ. Οι δύο αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα ίδιας έντασης, έτσι δέχονται αντίθετες δυνάμεις Laplace. Οι εξωτερικές δυνάμεις που δέχεται το σύστημα των δύο αγωγών έχουν συνισταμένη μηδέν, οπότε θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα:

$$p_{αρχ} = mv_0 - mv_0 = 0$$

$$p_{τελ} = 0 \Rightarrow mv_1 - mv_2 = 0 \Rightarrow v_1 - v_2 = 0 \Rightarrow v_1 = v_2 = v$$

Από την (1) προκύπτει το μέτρο της ταχύτητας κάθε αγωγού:

$$v = \frac{R}{Bl} I$$

Άρα τη χρονική στιγμή t που η ένταση του ρεύματος είναι η μισή της αρχικής, η ταχύτητα κάθε αγωγού θα έχει μέτρο:

$$v = v_0/2$$

δ. Έστω K_0 η αρχική κινητική ενέργεια κάθε αγωγού και K η κινητική ενέργεια κάθε αγωγού τη χρονική στιγμή t . Η θερμότητα που εκλύεται από τους αντιστάτες μέχρι τη χρονική στιγμή t είναι:

$$Q = K_0 - K$$

Επομένως το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας που έγινε θερμότητα έως τη χρονική στιγμή t είναι:

$$\frac{Q}{K_0} = \frac{K_0 - K}{K_0} = 1 - \frac{K}{K_0} = 1 - \frac{v^2}{v_0^2} = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{Q}{K_0} = \frac{3}{4}$$

batsaouras@gmail.com