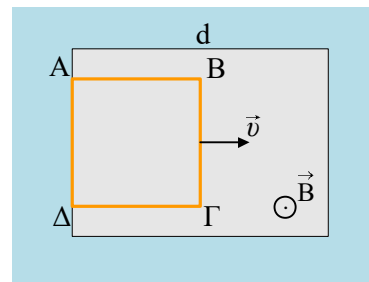


Μια έξοδος πλαισίου από μαγνητικό πεδίο

Το τετράγωνο μεταλλικό πλαίσιο ΑΒΓΔ πλευράς $a=0,5\text{m}$ και αντίστασης $R=5\Omega$ κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα $v=0,5\text{m/s}$, πάνω σε λείο μονωτικό οριζόντιο επίπεδο, με το επίπεδό του οριζόντιο και σε μια στιγμή συναντά μια περιοχή πλάτους $d=1\text{m}$, στην οποία υπάρχει ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2\text{T}$, όπως στο σχήμα (κάτοψη), την οποία διαπερνά. Έστω $t=0$ η χρονική στιγμή που έχει ολοκληρωθεί η είσοδος του πλαισίου στο πεδίο.



Θεωρώντας την κάθετη στο πλαίσιο να έχει την ίδια κατεύθυνση με την ένταση του πεδίου, να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο από $0-3\text{s}$ των μεγεθών:

- Της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο.
- Της ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο.
- Της έντασης του ρεύματος.
- Της δύναμης Laplace που δέχεται το πλαίσιο από το μαγνητικό πεδίο.
- Του μέτρου της δύναμης από το πεδίο, που ασκείται στην πλευρά ΑΒ.
- Της ισχύος της εξωτερικής δύναμης F , την οποία πρέπει να ασκούμε πάνω στο πλαίσιο, για να μπορεί να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

Απάντηση:

Το πλαίσιο φτάνει στη δεξιά πλευρά της περιοχής που υπάρχει μαγνητικό πεδίο, τη χρονική στιγμή:

$$t_1 = \Delta x_1 / v = (d - a) / v = (1 - 0,5) / 0,5 \text{ s} = 1\text{s}$$

οπότε αρχίζει να εξέρχεται από το πεδίο. Μέχρι τη στιγμή αυτή, η μαγνητική ροή παραμένει σταθερή και δεν έχουμε φαινόμενα επαγωγής.

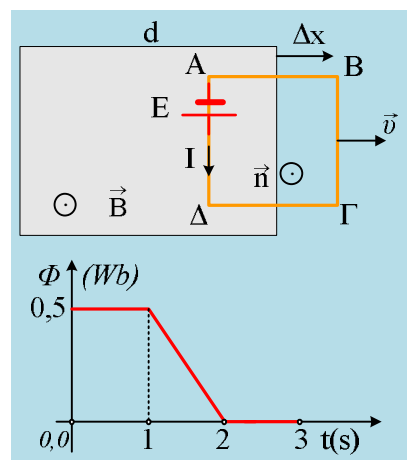
- i) Έστω ότι τη χρονική στιγμή t το πλαίσιο βγαίνει από το πεδίο και έστω Δx το τμήμα της πλευράς ΑΒ που βρίσκεται εκτός πεδίου. Με βάση το διπλανό σχήμα, θα έχουμε:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x = v(t - t_1) \text{ και}$$

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot a(\alpha - \Delta x) = B a^2 - B a v(t - t_1) \text{ ή}$$

$$\Phi = 2 \cdot 0,5^2 - 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 (t - 1) = 0,5 + 0,5 - 0,5t = 1 - 0,5t \text{ (S.I.).}$$

Ενώ η έξοδος θα έχει ολοκληρωθεί τη χρονική στιγμή που $\Delta x_2 = d$ ή $\Delta t = t = \Delta x_2 / v = 1 / 0,5 \text{ s} = 2\text{s}$, όπου θα μηδενιστεί και η μαγνητική ροή που περνά από το πλαίσιο. Με βάση αυτά η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι αυτή του διπλανού σχήματος.



- ii) Μεταβολή μαγνητικής ροής έχουμε μόνο στο χρονικό διάστημα από 1s-2s, οπότε μόνο στο διάστημα αυτό (στη διάρκεια της εξόδου) θα εμφανιστεί ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πλαίσιο. Εξάλλου η κλίση στο διάγραμμα Φ -t παραμένει σταθερή στο διάστημα αυτό, με αποτέλεσμα να έχουμε και σταθερή ΗΕΔ στη διάρκεια της εξόδου του πλαισίου από το πεδίο, με τιμή:

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{0 - 0,5}{1} V = 0,5V$$

Η αντίστοιχη γραφική παράσταση στο διπλανό διάγραμμα.

- iii) Από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα παίρνουμε:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{0,5}{5} A = 0,1A$$

Επίσης για το χρονικό διάστημα της εξόδου από το πεδίο.

- iv) Ποια αλήθεια είναι η φορά του ρεύματος* που διαρρέει το πλαίσιο, στη διάρκεια της εξόδου; Το ρεύμα θα πρέπει να έχει τέτοια φορά, ώστε η δύναμη Laplace η οποία θα ασκηθεί στο πλαίσιο, να αντιστέκεται στην εξόδο του από το πεδίο. Για να συμβεί αυτό, το ρεύμα πρέπει να έχει φορά από το Α στο Δ, όπως στο διπλανό σχήμα, με αποτέλεσμα η δύναμη Laplace στην πλευρά ΑΔ να έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα του πλαισίου. Να σημειωθεί ότι οι δυνάμεις F_1 και F_2 στις δύο άλλες πλευρές δίνουν μηδενική συνισταμένη και αλληλοεξουδετερώνονται. Το μέτρο της δύναμης Laplace είναι ίσο:

$$F_L = B \cdot I \cdot \ell = B \cdot I \cdot \alpha = 2 \cdot 0,1 \cdot 0,5 N = 0,1 N$$

Όσον αφορά την (αλγεβρική) τιμή της, δεχόμενοι σε όλα τα προηγούμενα θετική ταχύτητα, έχουμε ορίσει (έστω και σιωπηλά...) την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, οπότε η δύναμη Laplace θα ληφθεί ως αρνητική με γραφική παράσταση, όπως στο σχήμα.

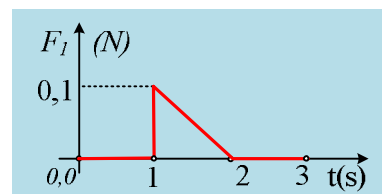
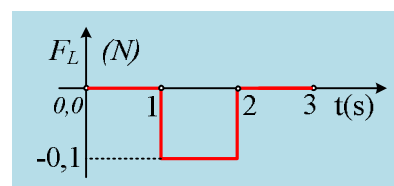
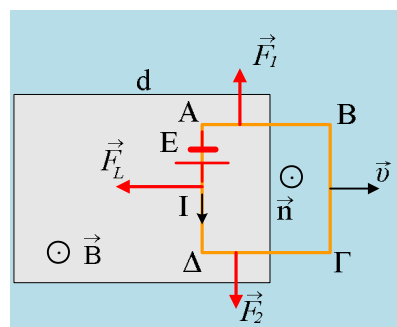
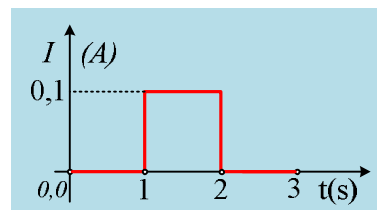
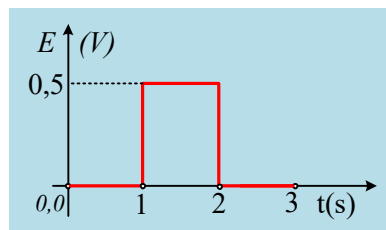
- v) Στην πλευρά AB ασκείται η δύναμη F_1 που έχει σημειωθεί στο παραπάνω σχήμα, με μέτρο:

$$F_1 = B \cdot I \cdot \ell' = B \cdot I \cdot (\alpha - \Delta x) = B \cdot I \cdot \alpha - B \cdot I \cdot v \cdot (t - t_1) \rightarrow$$

$$F_1 = 2 \cdot 0,1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,1 \cdot 0,5 \cdot 1 - 2 \cdot 0,1 \cdot 0,5 t \rightarrow$$

$$F_1 = 0,2 - 0,1 t \text{ (S.I.) με } 1s < t \leq 2s$$

Θεωρώντας δε θετική την κατεύθυνσή της, θα έχουμε το γράφημα του διπλανού σχήματος.



vi) Για να κινείται με σταθερή ταχύτητα το πλαίσιο, θα πρέπει κάθε στιγμή η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται να είναι μηδενική. Με βάση τα προηγούμενα δύναμη Laplace ασκείται μόνο στη διάρκεια της εξόδου του πλαισίου, αφού στις άλλες θέσεις το πλαίσιο δεν διαρρέεται από ρεύμα. Έτσι στο διάστημα $1s < t \leq 2s$ θα πρέπει να ασκείται εξωτερικά στο πλαίσιο και μια ακόμη οριζόντια δύναμη, κάθετη στην πλευρά ΒΓ (ή στην ΑΔ...) με μέτρο ίσο με το μέτρο της δύναμης Laplace, δηλαδή $F=0,1N$.

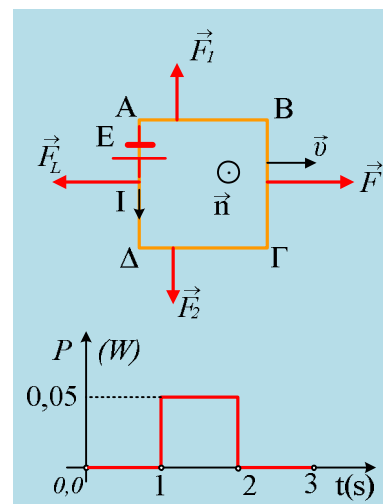
Η ισχύς της δύναμης αυτής είναι:

$$P = F \cdot v \cdot \cos \alpha = F \cdot v = 0,1 \cdot 0,5 W = 0,05 W$$

Σταθερή σε όλη τη διάρκεια της εξόδου του πλαισίου, όπου η θετική τιμή της μας λέει ότι μέσω αυτής της δύναμης προσφέρεται εξωτερικά ενέργεια στο πλαίσιο, για να μπορεί να κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η παραπάνω ισχύς θα είναι ίση με την εμφανιζόμενη στο κύκλωμα ηλεκτρική ισχύ. Πράγματι:

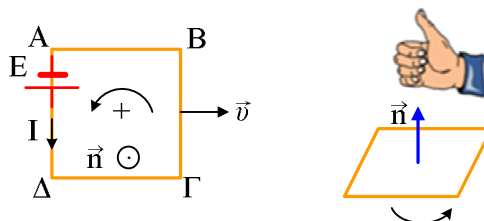
$$P_{\eta\lambda} = E \cdot I = 0,5V \cdot 0,1A = 0,05W$$

Με βάση αυτά παίρνουμε το γράφημα του παραπάνω σχήματος.



* Σχόλιο για καθηγητές

Στο ερώτημα «ποια η φορά του ρεύματος» μπορούμε να δώσουμε μια άμεση απάντηση. Από τη στιγμή που πήραμε την κάθετη στο πλαίσιο να έχει φορά προς τα έξω, όπως στο σχήμα, έχουμε ορίσει και μια θετική φορά περιμετρικής διαγραφής του πλαισίου και αυτή είναι η αντίθετη από την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού.



Αλλά τότε η ΗΕΔ από επαγωγή θα δίνει θετική ένταση ρεύματος, δηλαδή ρεύμα με φορά «θετική», όπως στο σχήμα.

dmargaris@gmail.com