

## Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ «ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣ/ΜΟΥ»

## ΔΙΩΡΗ ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ : ΚΡΟΥΣΕΙΣ – ΣΤΕΡΕΟ – ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

**Θέμα Α**

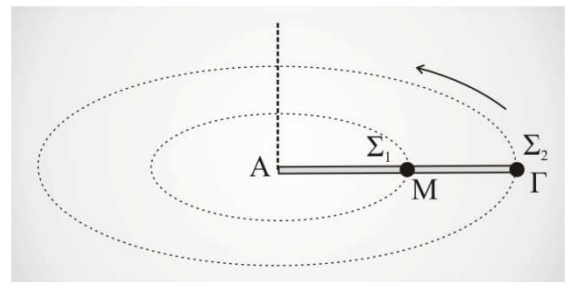
Στις ερωτήσεις Α1-Α5 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

**Α1.** Ένα μικρό αυτοκίνητο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με φορτηγό που κινείται στην αντίθετη κατεύθυνση. Κατά την κρούση για τα μέτρα των μεταβολών των ορμών των δύο οχημάτων μπορούμε να πούμε ότι:

- α) θα είναι ίσα μεταξύ τους  
 β) θα είναι μεγαλύτερο του φορτηγού  
 γ) θα είναι μεγαλύτερο του αυτοκινήτου  
 δ) δεν είναι δυνατό να τα συγκρίνουμε, διότι δεν γνωρίζουμε τα μέτρα των ταχυτήτων τους πριν την κρούση

(Μονάδες 5)

**Α2.** Η ευθύγραμμη αβαρής ράβδος ΑΓ του σχήματος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από το άκρο της Α σε οριζόντιο επίπεδο. Το υλικό σημείο  $\Sigma_1$  μάζας  $m$  είναι στερεωμένο στο μέσον Μ της ράβδου, ενώ το υλικό σημείο  $\Sigma_2$ , επίσης μάζας  $m$ , είναι στερεωμένο στο άκρο της ράβδου Γ. Η στροφορμή του  $\Sigma_1$ , ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο Α, έχει μέτρο  $L_1$  και η στροφορμή του  $\Sigma_2$ , ως προς τον ίδιο άξονα, έχει μέτρο  $L_2$ . Το πηλίκο  $\frac{L_1}{L_2}$  είναι ίσο με:



- α) 1                                      β)  $\frac{1}{2}$                                       γ)  $\frac{1}{4}$                                       δ)  $\frac{1}{8}$

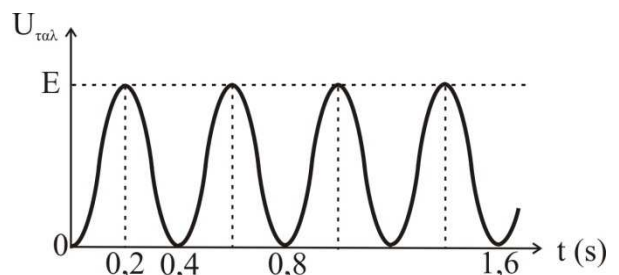
(Μονάδες 5)

**Α3.** Σώμα πραγματοποιεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα  $f=4\text{Hz}$ , επομένως σε χρονικό διάστημα 4s κάνει:

- α) 1 ταλάντωση                                      β) 4 ταλαντώσεις  
 γ) 8 ταλαντώσεις                                      δ) 16 ταλαντώσεις

(Μονάδες 5)

**Α4.** Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τη γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης, μηδενικής αρχικής φάσης, σε σχέση με το χρόνο. Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι η περίοδος της ταλάντωσης είναι:



- α) 0,2s                                      β) 0,4s  
 γ) 0,8s                                      δ) 1,6s

(Μονάδες 5)

**A5.** Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του συστήματος που ταλαντώνεται.  
Αρχίζουμε να ελαττώνουμε την περίοδο του διεγέρτη, επομένως η συχνότητα του συστήματος που ταλαντώνεται:

- α) ελαττώνεται
- β) αυξάνεται
- γ) αρχικά ελαττώνεται και μετά αυξάνεται
- δ) αρχικά αυξάνεται και μετά ελαττώνεται

(Μονάδες 5)

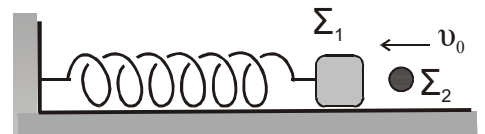
**A6.** Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι **σωστή**, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι **λανθασμένη**.

- α) Κάθε πλαστική κρούση είναι ανελαστική.
- β) Η μεταφορική κίνηση ενός στερεού σώματος μπορεί να είναι καμπυλόγραμμη.
- γ) Το πλάτος μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης μεταβάλλεται περιοδικά με τον χρόνο.
- δ) Τη στιγμή που η φάση μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι  $\varphi = \pi$ , το σώμα διέρχεται οπωσδήποτε από τη θέση ισορροπίας του.
- ε) Σε κάθε εξαναγκασμένη ταλάντωση με σταθερά απόσβεσης  $b=0$  το πλάτος της ταλάντωσης τείνει στο άπειρο.

(Μονάδες 5)

### Θέμα Β

**B1.** Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος, μάζας  $m$ , ισορροπεί ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Είναι συνδεδεμένο με το ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι σταθερό. Το σώμα  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας  $m$ , κινείται στη διεύθυνση του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου  $v_0$ .



Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  συγκρούονται μεταξύ τους μετωπικά. Όταν η κρούση είναι ελαστική, αμέσως μετά, το  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A_1$ . Όταν η κρούση είναι πλαστική, το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A_2$ , για το οποίο ισχύει:

$$\text{i) } A_2 = A_1 \qquad \text{ii) } A_2 = \frac{A_1}{2} \qquad \text{iii) } A_2 = \frac{A_1 \sqrt{2}}{2}$$

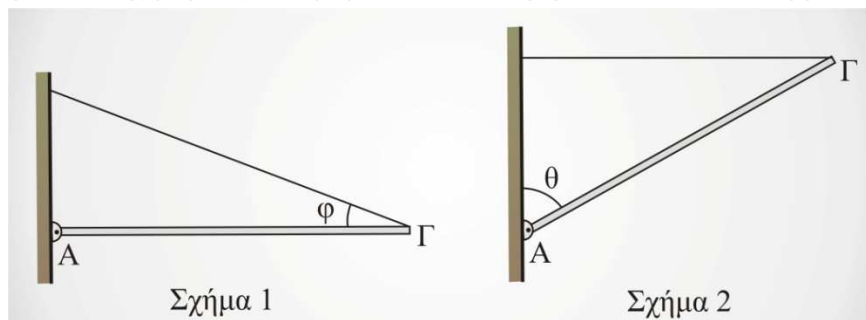
α) Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

β) Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

**B2.** Η ευθύγραμμη ομογενής ράβδος ΑΓ, βάρους  $w$ , των σχημάτων 1 και 2 ισορροπεί ακίνητη.



Το άκρο της ράβδου Α συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με σχοινιά, όπως στα σχήματα 1 και 2. Τα σχοινιά και η ράβδος βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Στο σχήμα 1 η ράβδος είναι οριζόντια και η γωνία μεταξύ του σχοινοῦ και της ράβδου είναι  $\varphi=30^\circ$ . Στο σχήμα 2 η γωνία μεταξύ του κατακόρυφου τοίχου και της ράβδου είναι  $\theta=60^\circ$  και το σχοινί είναι

οριζόντιο. Δίνονται  $\eta\mu\varphi=\sigma\upsilon\upsilon\eta\theta=\frac{1}{2}$  και  $\sigma\upsilon\eta\varphi=\eta\mu\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Η τάση που δέχεται η ράβδος από το σχοινί στο σχήμα 1 έχει μέτρο  $T_1$  και στο σχήμα 2 έχει μέτρο  $T_2$ . Ο λόγος των τάσεων  $\frac{T_2}{T_1}$  είναι:

i)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ii)  $\frac{1}{2}$

iii)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

α) Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

β) Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

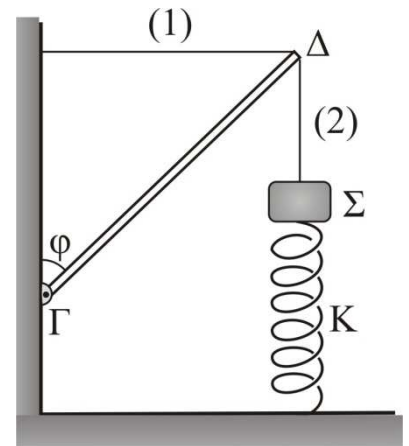
(Μονάδες 13)

### Θέμα Γ

Η ομογενής ευθύγραμμη δοκός ΓΔ του σχήματος, που στηρίζεται στον κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση στο άκρο της Γ και το οριζόντιο σταθερού μήκους αβαρές νήμα (1) στο άκρο της Δ, έχει μάζα  $M=2\text{kg}$ . Η δοκός ισορροπεί ακίνητη σχηματίζοντας με τον κατακόρυφο τοίχο γωνία  $\varphi=45^\circ$ .

Το άκρο Δ της δοκού συνδέεται με το κατακόρυφο σταθερού μήκους αβαρές νήμα (2) στο σώμα Σ, μάζας  $m=1\text{kg}$ , που ισορροπεί ακίνητο. Το σώμα έχει συνδεθεί επίσης με το πάνω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $K=100\text{N/m}$ , που το άλλο άκρο του στερεώνεται στο δάπεδο. Το ελατήριο είναι επιμηκνωμένο κατά  $10\text{cm}$ .

(Δίνονται  $g=10\text{m/s}^2$ ,  $\eta\mu\varphi=\sigma\upsilon\upsilon\eta\varphi=\frac{\sqrt{2}}{2}$ )



Γ1. Να υπολογίσετε την δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

(Μονάδες 12)

Τη χρονική στιγμή  $t=0$  κόβουμε το νήμα (2) και το σώμα Σ αρχίζει να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D=K$ . Θεωρήστε θετική τη φορά προς τα πάνω.

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά σε ορθογώνιους άξονες απομάκρυνσης-χρόνου, για την διάρκεια της πρώτης περιόδου της ταλάντωσης.

(Μονάδες 8+4=12)

Γ3. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου για πρώτη φορά.

(Μονάδες 8)

Γ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή που το ελατήριο συσπειρώνεται κατά  $20\text{cm}$  για πρώτη φορά.

(Μονάδες 8)

**Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ «ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣ/ΜΟΥ»**  
**ΔΙΩΡΗ ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ: ΚΡΟΥΣΕΙΣ – ΣΤΕΡΕΟ - ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**Θέμα Α**

**A1.** (α), **A2.** (γ), **A3.** (δ), **A4.** (γ), **A5.** (β), **A6.** α (Σ), β (Σ), γ (Λ), δ (Σ), ε (Λ)

**Θέμα Β**

**B1.** α) Σωστό το (iii).

β) Αμέσως μετά την ελαστική κρούση το  $\Sigma_1$  κάνει α.α.τ. με θέση ισορροπίας την αρχική του θέση (θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου). Η ταχύτητά του αμέσως μετά την κρούση, θα είναι η μέγιστη ταχύτητα της α.α.τ.

$$v_1' = v_0 \quad \text{άρα} \quad v_{1(\max)} = v_0$$

$$E_1 = K_{1(\max)} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m v_{1(\max)}^2 \Rightarrow \frac{1}{2} K A_1^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (1)$$

Αμέσως μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα κάνει α.α.τ. με θέση ισορροπίας επίσης τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, θα είναι η μέγιστη ταχύτητα της α.α.τ. Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση.

$$p_{\text{ολ (πριν)}} = p_{\text{ολ (μετα)}} \Rightarrow m v_0 + 0 = (m+m) v_\sigma \Rightarrow m v_0 = 2m v_\sigma \Rightarrow$$

$$v_\sigma = \frac{v_0}{2} \quad \text{άρα} \quad v_{2(\max)} = \frac{v_0}{2}$$

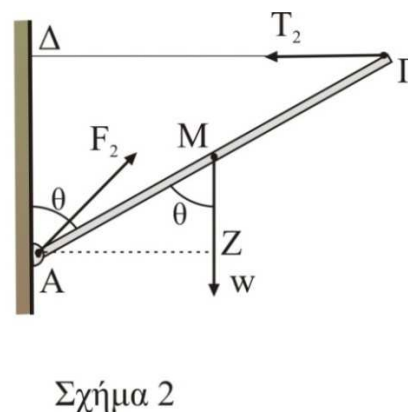
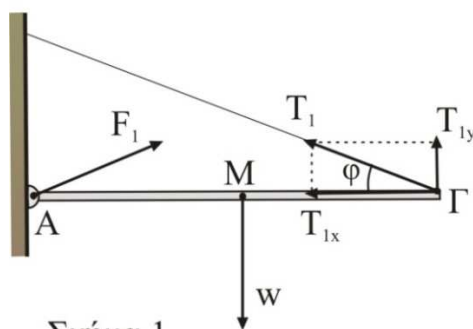
$$E_2 = K_{2(\max)} \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} (2m) v_{2(\max)}^2 \Rightarrow \frac{1}{2} K A_2^2 = \frac{1}{2} (2m) \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} K A_2^2 = \frac{1}{2} (2m) \frac{v_0^2}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} K A_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m v_0^2\right) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{1}{2} K A_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} K A_1^2\right) \Rightarrow$$

$$A_2^2 = \frac{A_1^2}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{A_1 \sqrt{2}}{2}$$

**B2.** α) Σωστή η (i).

β)



Στο σχήμα 1 η ράβδος ισορροπεί, επομένως:

$$\begin{aligned}\Sigma\tau_{(A)}=0 &\Rightarrow w \cdot (AM) = T_{1y} \cdot (AG) \Rightarrow w \cdot \frac{(AG)}{2} = T_1 \cdot (\eta\mu 30^\circ)(AG) \Rightarrow \\ &\Rightarrow w \frac{1}{2} = T_1 \frac{1}{2} \Rightarrow T_1 = w \quad (1)\end{aligned}$$

Στο σχήμα 2 η ράβδος ισορροπεί, επομένως:

$$\begin{aligned}\Sigma\tau_{(A)}=0 &\Rightarrow w \cdot (AZ) = T_2 \cdot (A\Delta) \Rightarrow w \cdot (AM)\eta\mu 60^\circ = T_2 \cdot (AG)\sigma\upsilon\nu 60^\circ \Rightarrow \\ &\Rightarrow w \frac{(AG)}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = T_2 \cdot (AG) \frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = w \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

### Θέμα Γ

**Γ1.** Το ελατήριο είναι επιμηκυσμένο κατά  $\Delta\ell=10\text{cm}=0,1\text{m}$ , επομένως:

$$F_1 = K \cdot \Delta\ell \Rightarrow F_1 = 10\text{N}$$

Το σώμα Σ ισορροπεί και  $w_1 = mg = 10\text{N}$ , άρα:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1' = F_1 + w_1 \Rightarrow T_1' = 20\text{N}$$

Το νήμα (2) είναι αβαρές, έτσι:

$$T_1 = T_1' \Rightarrow T_1 = 20\text{N}$$

Η δοκός ΓΔ ισορροπεί και  $w_2 = Mg = 20\text{N}$ .

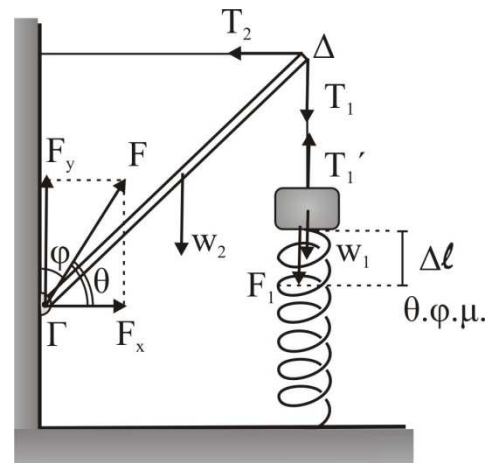
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_2 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y = w_2 + T_1 \Rightarrow F_y = 40\text{N}$$

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow T_2 (\Gamma\Delta)\sigma\upsilon\nu\phi = T_1 (\Gamma\Delta)\eta\mu\phi + w_2 \frac{(\Gamma\Delta)}{2} \eta\mu\phi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = T_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + w_2 \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{w_2}{2} \Rightarrow F_x = 30\text{N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F = 50\text{N} \quad \text{και} \quad \epsilon\phi\theta = \frac{F_y}{F_x} \Rightarrow \epsilon\phi\theta = \frac{4}{3}$$



**Γ2.** Το σημείο Ζ είναι η αρχική θέση του σώματος Σ ( $t=0$ ), το σημείο Θ είναι η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και το σημείο Λ είναι η θέση ισορροπίας του σώματος.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_2 = w_1 \Rightarrow K\Delta\ell_1 = w_1 \Rightarrow \Delta\ell_1 = 0,1\text{m}$$

Το σώμα είναι αρχικά ακίνητο, επομένως το Ζ είναι ακραία θέση της ταλάντωσής του, έτσι το πλάτος είναι:

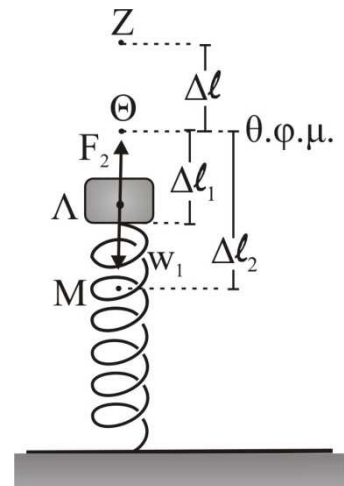
$$A = \Delta\ell + \Delta\ell_1 \Rightarrow A = 0,2\text{m}$$

Η γωνιακή συχνότητα και η περίοδος είναι:

$$K = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \text{και} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}\text{s}$$

Η απομάκρυνση σε σχέση με το χρόνο είναι:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$$



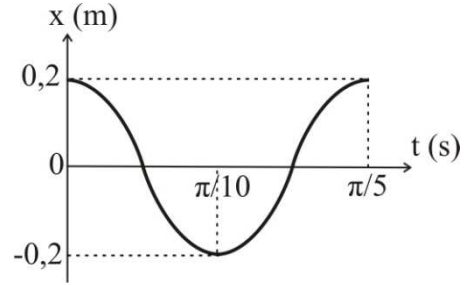
Η θετική φορά είναι προς τα πάνω, έτσι τη στιγμή  $t=0$  έχουμε:

$$A = A\eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{2} \text{ και}$$

$$0 \leq \varphi_0 < 2\pi \text{ άρα } \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ και } x = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

Η γραφική παράσταση θα είναι:

$$x = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x = 0,2\sigma\upsilon\nu 10t \text{ (S.I.)}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{5} \text{ s}$$



**Γ3.** Το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου μηδενίζεται στη θέση φυσικού μήκους, όπου η απομάκρυνση είναι  $x_{\Theta} = \Delta\ell_1 = 0,1\text{m}$ . Επομένως:

$$0,1 = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = \eta\mu\frac{\pi}{6} \text{ άρα}$$

$$10t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \quad \text{ή} \quad 10t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \quad (\kappa = 0, 1, 2, \dots)$$

Αφού ζητάμε **την πρώτη φορά**, δηλαδή το μικρότερο χρόνο, ζητάμε **τη μικρότερη θετική** από τις άπειρες παραπάνω ρίζες, επομένως:

$$10t + \frac{\pi}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow 10t = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2} \Rightarrow 10t = \frac{5\pi}{6} - \frac{3\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{\pi}{30} \text{ s}$$

**Γ4.** Το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά  $\Delta\ell_2 = 20\text{cm} = 0,2\text{m}$  στο σημείο Μ, όπου η απομάκρυνση του σώματος είναι:

$$x_M = -(\Delta\ell_2 - \Delta\ell_1) \Rightarrow x_M = -0,1\text{m}$$

Υπολογίζουμε την ταχύτητα με την οποία το σώμα περνά για πρώτη φορά από το σημείο Μ. Η ενέργεια της ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

$$E_{\text{ταλ}} = U_{\text{ταλ}} + K \Rightarrow \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}Kx_M^2 + \frac{1}{2}mv_M^2 \Rightarrow 100 \cdot 0,2^2 = 100 \cdot 0,1^2 + 1 \cdot v_M^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_M = \pm\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ και την πρώτη φορά η ταχύτητα είναι αρνητική, άρα } v_M = -\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Εφαρμόζουμε θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για στοιχειώδη μετατόπιση του σώματος κατά  $\Delta x$  στο σημείο Μ και διαιρούμε με το αντίστοιχο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ .

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{|\Sigma F||\Delta x| \sigma\upsilon\nu 180^\circ}{\Delta t} = -|\Sigma F| \left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| = -|Kx_M||v_M| \Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta t} = -10\sqrt{3} \frac{\text{J}}{\text{s}}$$