

ΧΑΣΙΜΟ ΕΠΑΦΗΣ-ΕΝΑΡΞΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ-ΧΑΛΑΡΩΣΗ ΝΗΜΑΤΟΣ

1. ΧΑΣΙΜΟ ΕΠΑΦΗΣ- ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ (m_1, m_2), ΕΛΑΤΗΡΙΟ (k), ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ Α.Α.Τ.

Τα σώματα Σ1 και Σ2 του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το Σ1 είναι δεμένο στην άκρη οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς k . Το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του και τα σώματα ισορροπούν. Μετακινούμε τα σώματα ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά d και στη συνέχεια τα αφήνουμε ελεύθερα.

Να βρείτε τη θέση στην οποία θα αποχωρισθεί το Σ2 από το Σ1.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για το m_2 σε τυχαία θέση ($+x$):

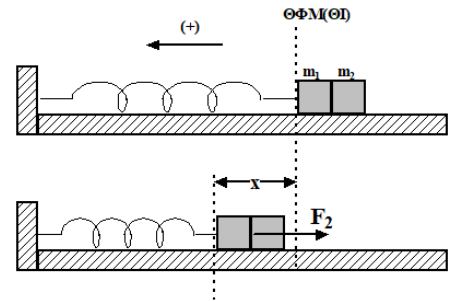
$$\Sigma F_x = -D_2 x \Leftrightarrow F_2 = -m_2 \omega^2 x \quad (1)$$

όπου F_2 η δύναμη που ασκεί το σώμα (m_1) στο σώμα μάζας (m_2) λόγω επαφής.

Η επαφή χάνεται στην θέση όπου μηδενίζεται η δύναμη επαφής.

$$F_2 = 0 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} -m_2 \omega^2 x_1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x_1 = 0}$$

Άρα η επαφή χάνεται στην θέση ισορροπίας της ΑΑΤ που στην περίπτωση αυτή ταυτίζεται με την ΘΦΜ



2. ΧΑΣΙΜΟ ΕΠΑΦΗΣ – ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ (m_1, m_2), ΕΛΑΤΗΡΙΟ (k), ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΑΑΤ.

Το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο πάνω άκρο του είναι δεμένος δίσκος Σ1 μάζας m_1 . Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένος κύβος Σ2 μάζας m_2 . Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω συσπειρώνοντας το ελατήριο επιπλέον κατά d και το αφήνουμε ελεύθερο.

Α. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση x_1 από τη θέση ισορροπίας του, στην οποία ο κύβος θα χάσει την επαφή με το δίσκο.

Β. Να υπολογίσετε το μέγιστο πλάτος $A_{\max}$ ώστε να μην χάνεται η επαφή μεταξύ του κύβου και του δίσκου.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

ΘΙ (συστήματος):

$$\Sigma F_{\text{συστ.}} = 0 \Leftrightarrow F_{\text{ελ}} = w_1 + w_2 \Leftrightarrow k \Delta \ell = m_1 g + m_2 g \Leftrightarrow \Delta \ell = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \quad (1)$$

$$\text{Σταθερά επαναφοράς συστήματος: } D_{\text{συστ}} = k \Leftrightarrow (m_1 + m_2) \omega^2 = k \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

$$\text{Για το } m_2 \text{ σε τυχαία θέση } (+x): \Sigma F_x = -D_2 x \Leftrightarrow N - m_2 g = -m_2 \omega^2 x \stackrel{(2)}{\Rightarrow} N = m_2 g - m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} x \quad (3)$$

όπου N η δύναμη που ασκεί το σώμα (m_1) στο σώμα μάζας (m_2) λόγω επαφής.

Η επαφή χάνεται στην θέση όπου μηδενίζεται η δύναμη επαφής.

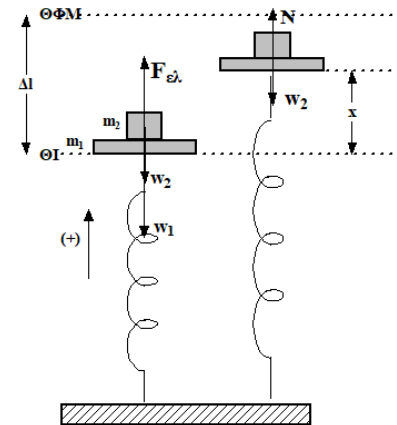
$$N = 0 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} m_2 g - m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} x_1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x_1 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}} \quad (4)$$

Λόγω της (1) έχω ότι $x_1 = \Delta \ell$ άρα η επαφή χάνεται στη ΘΦΜ.

Για να μην χάνεται η επαφή πρέπει:

$$N \geq 0 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} m_2 g - m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

Άρα το μέγιστο πλάτος που μπορεί να έχει η ταλάντωση είναι: $\boxed{A_{\max} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}}$



Άλλος τρόπος:

Για να μην χάνεται η επαφή πρέπει:

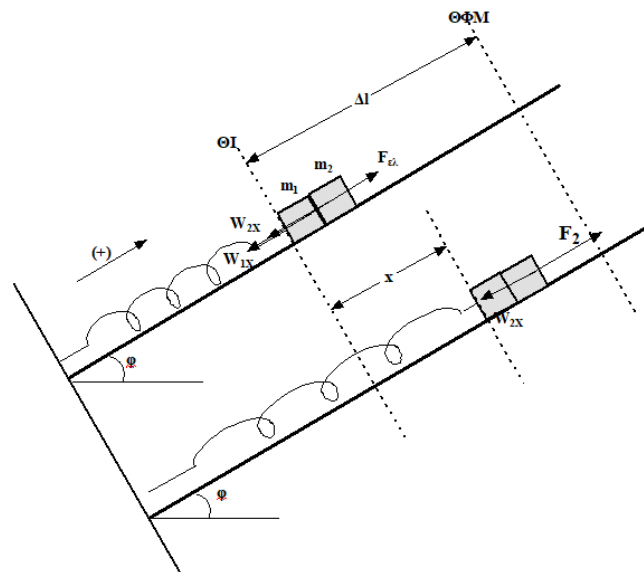
$$x_1 \geq A \Rightarrow \frac{(4) (m_1 + m_2)g}{k} \geq A \Leftrightarrow A_{max} \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

3. ΧΑΣΙΜΟ ΕΠΑΦΗΣ – ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ (m_1, m_2), ΕΛΑΤΗΡΙΟ (k), ΑΑΤ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Τα σώματα Σ1 και Σ2 του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο κεκλιμένο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το Σ1 είναι δεμένο στην άκρη ελατηρίου σταθεράς k . Το σύστημα των σωμάτων ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell$. Μετακινούμε τα σώματα ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί επιπλέον κατά d και στη συνέχεια τα αφήνουμε ελεύθερα.

Α. Να βρείτε τη θέση στην οποία θα αποχωρισθεί το Σ2 από το Σ1.

Β. Να βρείτε το μέγιστο πλάτος ώστε να μην χάνεται η επαφή.

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

ΘΙ (συστήματος):

$$\Sigma F_{x(\text{συστ.})} = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} = w_1 \eta \mu \varphi + w_2 \eta \mu \varphi \Leftrightarrow k \Delta \ell = m_1 g \eta \mu \varphi + m_2 g \eta \mu \varphi \Leftrightarrow \Delta \ell = \frac{(m_1 + m_2) g \eta \mu \varphi}{k} \quad (1)$$

$$\text{Σταθερά επαναφοράς συστήματος: } D_{\text{συστ}} = k \Leftrightarrow (m_1 + m_2) \omega^2 = k \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

Για το m_2 σε τυχαία θέση (+x):

$$\Sigma F_x = -D_2 x \Leftrightarrow F_2 - m_2 g \eta \mu \varphi = -m_2 \omega^2 x \stackrel{(2)}{\Rightarrow} F_2 = m_2 g \eta \mu \varphi - m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} x \quad (3)$$

όπου F_2 η δύναμη που ασκεί το σώμα (m_1) στο σώμα μάζας (m_2) λόγω επαφής.

Η επαφή χάνεται στην θέση όπου μηδενίζεται η δύναμη επαφής.

$$F_2 = 0 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} m_2 g \eta \mu \varphi - m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} x_1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x_1 = \frac{(m_1 + m_2) g \eta \mu \varphi}{k}}$$

Λόγω της (1) έχω ότι $x_1 = \Delta \ell$ άρα η επαφή χάνεται στη ΘΦΜ.

Για να μην χάνεται η επαφή πρέπει:

$$F_2 \geq 0 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} m_2 g \eta \mu \varphi - m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{(m_1 + m_2) g \eta \mu \varphi}{k} \quad (4)$$

Άρα το μέγιστο πλάτος που μπορεί να έχει η ταλάντωση είναι: $\boxed{A_{max} = \frac{(m_1 + m_2) g \eta \mu \varphi}{k}}$

Άλλος τρόπος:

Για να μην χάνεται η επαφή πρέπει:

$$x_1 \geq A \Rightarrow \frac{(4) (m_1 + m_2) g \eta \mu \varphi}{k} \geq A \Leftrightarrow A_{max} \frac{(m_1 + m_2) g \eta \mu \varphi}{k}$$

4. ΧΑΣΙΜΟ ΕΠΑΦΗΣ – ΣΩΜΑ (m), ΕΛΑΤΗΡΙΟ (k), ΣΩΜΑ (M), ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΑΑΤ.

Δύο σώματα Σ1 και Σ2 με μάζες m και M είναι δεμένα στα άκρα κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, έτσι ώστε το Σ2 να ακουμπά στο έδαφος και το Σ1 να ισορροπεί ακίνητο στο πάνω άκρο του ελατηρίου. Εκτρέπουμε το Σ1 προς τα κάτω κατά d και το αφήνουμε ελεύθερο οπότε αυτό εκτελεί ΑΑΤ.

Α. Να βρείτε τη θέση του Σ1 ώστε το Σ2 να χάσει την επαφή του με το έδαφος.

Β. Να βρείτε το μέγιστο πλάτος που πρέπει να έχει η ταλάντωση του Σ1 ώστε το Σ2 να μην χάνει την επαφή του με το έδαφος.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\Theta\Gamma \text{ (σώμα m): } \Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{ελ,1} = mg \Leftrightarrow k\Delta\ell = mg \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{mg}{k} \quad (1)$$

$$\text{Σταθερά επαναφοράς σώματος M: } D = k \Leftrightarrow M\omega^2 = k \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{k}{M} \quad (2)$$

Για το M (όταν το σώμα m βρίσκεται σε τυχαία θέση +x):

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow N - Mg - F'_{ελ} = 0 \Rightarrow N = Mg + k(\Delta\ell - x) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} N = Mg + k\left(\frac{mg}{k} - x\right) \Rightarrow$$

$$N = (m + M)g - kx \quad (3)$$

όπου N η κάθετη δύναμη που ασκεί το δάπεδο στο σώμα μάζας (m) λόγω επαφής.

Η επαφή χάνεται στην θέση όπου μηδενίζεται η δύναμη επαφής N.

$$N = 0 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} (m + M)g - kx_1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{(m + M)g}{k} \quad (4)$$

Λόγω της (1) έχω ότι: $x_1 > \Delta\ell$ άρα η επαφή χάνεται όταν το σώμα μάζας m βρίσκεται πάνω από τη ΘΦΜ

Για να μην χάνεται η επαφή πρέπει:

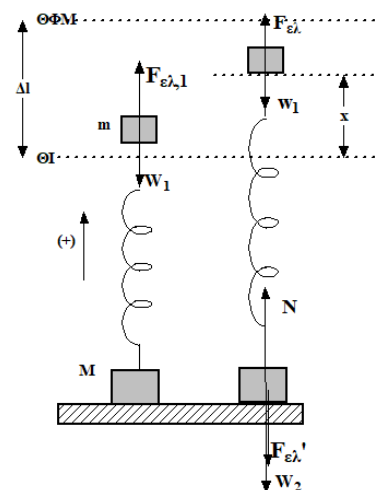
$$x_1 \geq A \stackrel{(4)}{\Rightarrow} \frac{(m + M)g}{k} \geq A \Rightarrow A_{max} = \frac{(m + M)g}{k}$$

Άλλος τρόπος:

Για να μην χάνεται η επαφή πρέπει:

$$N \geq 0 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} (m + M)g - kx \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{(m + M)g}{k}$$

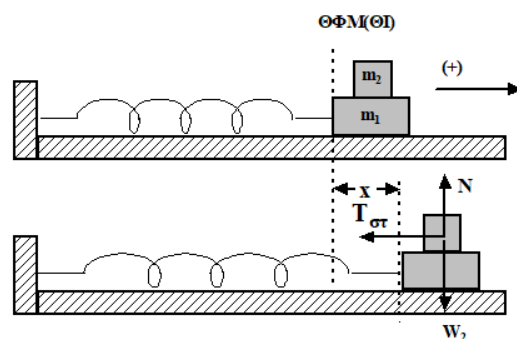
Άρα το μέγιστο πλάτος που μπορεί να έχει η ταλάντωση είναι: $A_{max} = \frac{(m + M)g}{k}$



5. ΕΝΑΡΞΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ- ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ (m1, m2), ΕΛΑΤΗΡΙΟ (k), ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΑΤ.

Το αριστερό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k στερεώνεται ακλόνητα και στο δεξιό άκρο του προσδένεται σώμα Σ1 μάζας m1, το οποίο μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο Σ1 τοποθετείται δεύτερο σώμα Σ2 μάζας m2. Εκτοξεύουμε προς τα δεξιά το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του, με ταχύτητα μέτρου u1 και παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, οπότε το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Δίνεται ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων Σ1 και Σ2 είναι μs.

Α. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση x1 από τη Θέση ισορροπίας του, στην οποία θα αρχίσει η ολίσθηση του σώματος Σ2 πάνω στο Σ1.



Β. Να βρείτε τις τιμές του πλάτους της ΑΑΤ ώστε να μην έχουμε ολίσθηση.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\text{Σταθερά επαναφοράς συστήματος: } D_{\sigma\sigma\tau} = k \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\omega^2 = k \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

$$\text{Για το } m_2 \text{ σε τυχαία θέση (+x): } \Sigma F_x = -D_2 x \Leftrightarrow T_{\sigma\tau} = -m_2 \omega^2 x \stackrel{(1)}{\Rightarrow} |T_{\sigma\tau}| = m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} |x| \quad (2)$$

Όπου $T_{\sigma\tau}$ η στατική τριβή που δέχεται το σώμα m_2 λόγω της επαφής του με το σώμα m_1 . Η $\vec{T}_{\sigma\tau}$ έχει πάντα κατεύθυνση προς τη ΘΙ γιατί είναι η δύναμη επαναφοράς για το σώμα m_2 .

Η ολίσθηση ξεκινά στη θέση όπου το μέτρο της στατικής τριβής γίνεται ίσο με την οριακή τριβή

$$|T_{\sigma\tau}| = T_{\sigma\rho} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} |x_1| = \mu_s N \Rightarrow m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} |x_1| = \mu_s m_2 g \Rightarrow |x_1| = \frac{\mu_s (m_1 + m_2) g}{k} \quad (3)$$

Για να μην έχουμε ολίσθηση πρέπει:

$$|x_1| \geq A \Rightarrow \frac{\mu_s (m_1 + m_2) g}{k} \geq A \quad (4)$$

Από την σχέση (4) βρίσκουμε ανάλογα το μέγιστο πλάτος $A_{\max}$, ή την μέγιστη σταθερά του ελατηρίου $k_{\max}$ ή τον ελάχιστο συντελεστή στατικής (οριακής) τριβής $\mu_{s, \min}$ για να μην έχω ολίσθηση.

Άλλος τρόπος:

$$\text{Το μέτρο της στατικής τριβής γίνεται μέγιστο στις θέσεις } x = \pm A, \text{ και είναι ίσο με } |T_{\sigma\tau}|_{\max} = m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} A \quad (5)$$

$$\text{Για να μην έχουμε ολίσθηση πρέπει: } |T_{\sigma\tau}|_{\max} \leq T_{\sigma\rho} \stackrel{(5)}{\Rightarrow} m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} A \leq \mu_s m_2 g \Rightarrow \frac{\mu_s (m_1 + m_2) g}{k} \geq A$$

6. ΕΝΑΡΞΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ - ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ (m_1, m_2), ΕΛΑΤΗΡΙΟ (k), ΑΑΤ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Το αριστερό άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k στερεώνεται ακλόνητα στο σημείο Α λείου κεκλιμένου επιπέδου και στο δεξιό άκρο του προσδένεται σώμα Σ1 μάζας m_1 . Πάνω στο Σ1 τοποθετείται δεύτερο σώμα Σ2 μάζας m_2 και το σύστημα των σωμάτων ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell$. Μετατοπίζουμε το σύστημα των σωμάτων προς τα κάτω κατά d και το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Δίνεται ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων Σ1 και Σ2 είναι μ_s ($\mu_s > \epsilon\phi\phi$).

Α. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση x_1 από τη θέση ισορροπίας του, στην οποία θα αρχίσει η ολίσθηση του σώματος Σ2 πάνω στο Σ1.

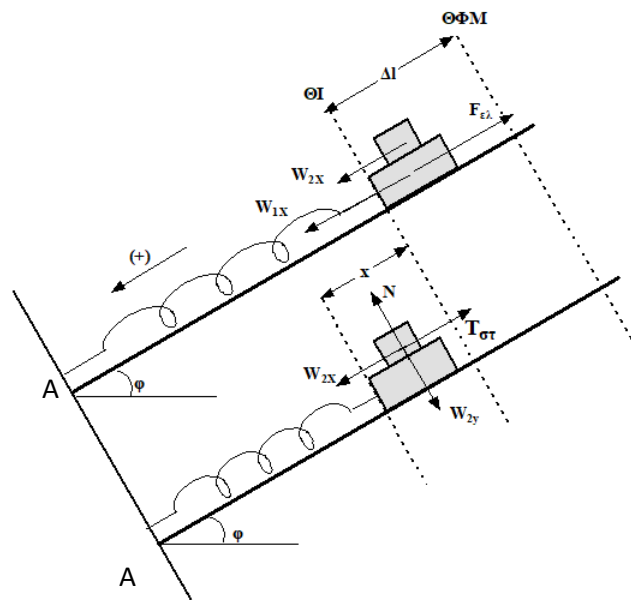
Β. Να βρείτε τις τιμές του πλάτους της ΑΑΤ ώστε να μην έχουμε ολίσθηση.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

ΘΙ (συστήματος):

$$\Sigma F_{x(\sigma\sigma\sigma\tau)} = 0 \Leftrightarrow F_{\epsilon\lambda} = w_1 \eta \mu \phi + w_2 \eta \mu \phi \Leftrightarrow k \Delta\ell = m_1 g \eta \mu \phi + m_2 g \eta \mu \phi \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{(m_1 + m_2) g \eta \mu \phi}{k} \quad (1)$$

$$\text{Σταθερά επαναφοράς συστήματος: } D_{\sigma\sigma\sigma\tau} = k \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\omega^2 = k \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2} \quad (2)$$



Για το m_2 σε τυχαία θέση (+x):

Επειδή η $\vec{\Sigma F}_x$ που δέχεται το $\Sigma 2$ πρέπει να δρα ως δύναμη επαναφοράς δηλαδή να έχει κατεύθυνση προς την

Θ1, θα πρέπει η $\vec{T}_{\sigma\tau}$ να έχει κατεύθυνση προς την Θ1 αφού η $\vec{w}_{2x}$ έχει αντίθετη κατεύθυνση ως προς την Θ1.

$$\Sigma F_x = -D_2 x \Leftrightarrow -|T_{\sigma\tau}| + m_2 g \eta \mu \varphi = -m_2 \omega^2 x \stackrel{(2)}{\Rightarrow} |T_{\sigma\tau}| = m_2 g \eta \mu \varphi + m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} x \quad (3)$$

Όπου $T_{\sigma\tau}$ στατική τριβή που δέχεται το σώμα m_2 λόγω της επαφής του με το σώμα m_1 .

Η ολίσθηση ξεκινά στη θέση όπου το μέτρο της στατικής τριβής γίνεται ίσο με την οριακή τριβή

$$|T_{\sigma\tau}| = T_{op} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} m_2 g \eta \mu \varphi + m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} x_1 = \mu_s N \Rightarrow m_2 g \eta \mu \varphi + m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} x_1 = \mu_s m_2 g \sigma \nu \nu \varphi \Rightarrow$$

$$\boxed{x_1 = \frac{(m_1 + m_2) g \sigma \nu \nu \varphi (\mu_s - \epsilon \varphi \varphi)}{k}} \quad (3)$$

Για να μην έχουμε ολίσθηση πρέπει:

$$|x_1| \geq A \Rightarrow \boxed{\frac{(m_1 + m_2) g \sigma \nu \nu \varphi (\mu_s - \epsilon \varphi \varphi)}{k} \geq A} \quad (4)$$

Από την σχέση (4) βρίσκουμε ανάλογα το μέγιστο πλάτος A_{max} , ή την μέγιστη σταθερά του ελατηρίου k_{max} ή τον ελάχιστο συντελεστή στατικής (οριακής) τριβής $\mu_{s, min}$ για να μην έχω ολίσθηση.

Άλλος τρόπος:

Το μέτρο της στατικής τριβής γίνεται μέγιστο στη θέση $x = +A$, και είναι ίσο με

$$|T_{\sigma\tau}|_{max} = m_2 g \eta \mu \varphi + m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} A \quad (5)$$

Για να μην έχουμε ολίσθηση πρέπει:

$$|T_{\sigma\tau}|_{max} \leq T_{op} \stackrel{(5)}{\Rightarrow} m_2 g \eta \mu \varphi + m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} A \leq \mu_s m_2 g \sigma \nu \nu \varphi \Rightarrow \boxed{\frac{(m_1 + m_2) g \sigma \nu \nu \varphi (\mu_s - \epsilon \varphi \varphi)}{k} \geq A}$$

7. ΧΑΛΑΡΩΣΗ ΝΗΜΑΤΟΣ: ΣΩΜΑ (m)-ΕΛΑΤΗΡΙΟ(k), ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΑΑΤ.

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας m ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο του αβαρούς νήματος το πάνω άκρο του οποίου είναι δεμένο στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k που έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε οροφή. Τραβάμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω από τη Θ.Ι. του, επιμηκύνοντας το ελατήριο επιπλέον κατά d και το αφήνουμε να ταλαντωθεί

A. Σε ποια θέση χαλαρώνει το νήμα.

B. Να βρείτε το μέγιστο πλάτος ώστε το νήμα να μην χαλαρώνει.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\text{ΘΙ: } \Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 = mg \quad (1)$$

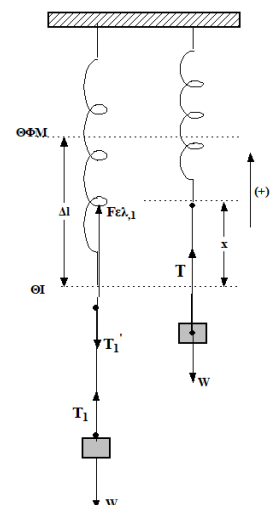
Επειδή $T'_1 = T_1$ (αβαρές νήμα) και $T'_1 = F_{ελ}$ (δράση-αντίδραση) η (1) γίνεται:

$$F_{ελ} = mg \Rightarrow k \Delta \ell = mg \Rightarrow \Delta \ell = \frac{mg}{k} \quad (2)$$

$$\text{Τυχαία θέση } +x: \Sigma F = -Dx \Rightarrow T - mg = -kx \Rightarrow T = mg - kx \quad (3)$$

Το νήμα χαλαρώνει στην θέση που μηδενίζεται η τάση του νήματος, οπότε:

$$T = 0 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} mg - kx_1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{mg}{k}} \quad (4)$$



Από τις (2) και (4) έχουμε $x_1 = \Delta\ell$ άρα το νήμα χαλαρώνει όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό του μήκος.

Για να μην χαλαρώνει το νήμα πρέπει:

$$|x_1| \geq A \Rightarrow \boxed{\frac{mg}{k} \geq A}$$

Άλλος τρόπος:

Για να μην χαλαρώνει το νήμα πρέπει: $T \geq 0 \Rightarrow m_2g - kx \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{m_2g}{k}$

Οπότε $A_{max} = \frac{m_2g}{k}$

8. ΧΑΛΑΡΩΣΗ ΝΗΜΑΤΟΣ: ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ (m_1, m_2), ΕΛΑΤΗΡΙΟ(k), ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΑΑΤ.

Στο σχήμα δείχνεται ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k στερεωμένο σε οροφή, στο κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ένα σώμα Σ1, μάζας m_1 . Από το σώμα Σ1 μέσω ενός μη εκτατού νήματος που έχει αμελητέα μάζα είναι κρεμασμένο ένα δεύτερο σώμα Σ2, μάζας m_2 . Το σύστημα των σωμάτων αρχικά ισορροπεί. Μετατοπίζουμε αργά το σώμα Σ1 προς τα κάτω κατά d και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί τη χρονική στιγμή $t_0=0s$. Το όλο σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D=k$.

Α. Σε ποια θέση χαλαρώνει το νήμα.

Β. Να βρείτε το μέγιστο πλάτος ώστε το νήμα να μην χαλαρώνει.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Θ1 (συστήματος):

$$\Sigma F_{\sigma\sigma\tau} = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} = w_1 + w_2 \Leftrightarrow k\Delta\ell = m_1g + m_2g \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{(m_1+m_2)g}{k} \quad (1)$$

Σταθερά επαναφοράς συστήματος:

$$D_{\sigma\sigma\tau} = k \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\omega^2 = k \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_1+m_2} \quad (2)$$

Για το m_2 σε τυχαία θέση (+x):

$$\Sigma F_x = -D_2x \Leftrightarrow T - m_2g = -m_2\omega^2x \Rightarrow T = m_2g - m_2\frac{k}{m_1+m_2}x \quad (3)$$

όπου T η δύναμη που ασκεί το νήμα στο σώμα μάζας (m_2)-τάση του νήματος.

Το νήμα χαλαρώνει στην θέση που μηδενίζεται η τάση του νήματος, οπότε:

$$T = 0 \Rightarrow m_2g - m_2\frac{k}{m_1+m_2}x_1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x_1 = \frac{(m_1+m_2)g}{k}} \quad (4)$$

Από τις (1) και (4) έχουμε $x_1 = \Delta\ell$ άρα το νήμα χαλαρώνει όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό του μήκος.

Για να μην χαλαρώνει το νήμα πρέπει:

$$|x_1| \geq A \Rightarrow \boxed{\frac{(m_1+m_2)g}{k} \geq A}$$

Άρα το μέγιστο πλάτος που μπορεί να έχει η ταλάντωση είναι: $A_{max} = \frac{(m_1+m_2)g}{k}$

Άλλος τρόπος:

Για να μην χαλαρώνει το νήμα πρέπει: $T \geq 0 \Rightarrow m_2g - m_2\frac{k}{m_1+m_2}x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{(m_1+m_2)g}{k}$

Οπότε $A_{max} = \frac{(m_1+m_2)g}{k}$

