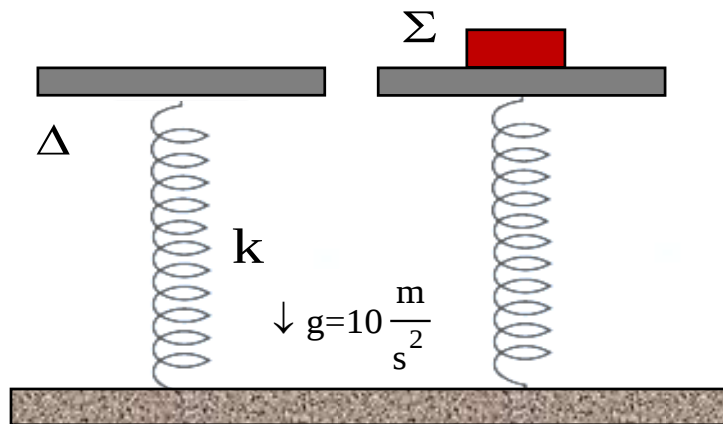


ΘΕΜΑ Γ



Ο δίσκος (Δ) έχει μάζα $m_1 = 1 \text{ Kg}$ και ισορροπεί δεμένος στο πάνω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου με $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ του οποίου το κάτω άκρο είναι ακλόνητο στο δάπεδο. Σώμα (Σ) με μάζα $m_2 = 3 \text{ Kg}$ τοποθετείται στο δίσκο τη χρονική στιγμή μηδέν και το σύστημα αφήνεται ελεύθερο με την προς τα κάτω φορά αρνητική ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).

Γ1. Να γραφεί η εξίσωση της δύναμης του ελατηρίου και της δύναμης που δέχεται το σώμα από τον δίσκο ως προς τον χρόνο.

Γ2. Όταν η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου θα γίνει ίση με 2 J πόση είναι τότε η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του δίσκου και η κινητική ενέργεια του σώματος (Σ) ;

Όταν το σύστημα επιστρέφει για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή μηδέν, στην αρχική του θέση, δίνεται ακαριαία

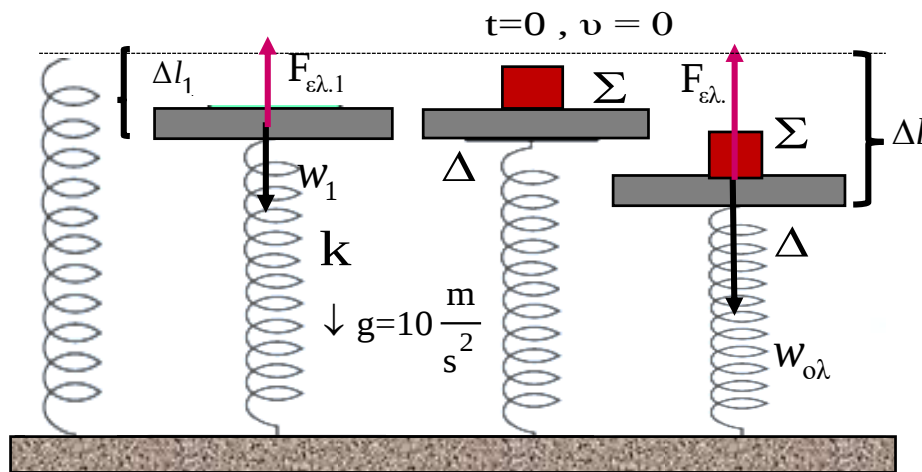
σ' αυτό μια κατακόρυφη ταχύτητα $\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ προς τα κάτω :

Γ3. Πόση θα είναι κατά την κάθοδο του συστήματος η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου ;

Γ4. Να δείξετε ότι θα χαθεί η επαφή του σώματος (Σ) με τον δίσκο (Δ) και να βρείτε πόσο πιο ψηλά θα ανέβει το (Σ) από το σημείο που χάνει την επαφή με τον (Δ) .

Γ5. Πόσο θα είναι το πλάτος των ταλαντώσεων του δίσκου (Δ) μετά το χάσιμο της επαφής με το σώμα (Σ) , αν αυτό απομακρυνθεί τελικά όταν φτάνει στο ανώτερό του σημείο από τον χώρο των ταλαντώσεων του (Σ) ;

ΘΕΜΑ Γ ΛΥΣΗ



$$\Gamma 1. \text{ Στη θ.Ι. του δίσκου } \Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\epsilon\lambda.1} - w_1 = 0 \Rightarrow k\Delta l_1 = m_1 g \Rightarrow$$

$$100 \Delta l_1 = 1.10 \Rightarrow \Delta l_1 = 0,1 \text{ m. } \text{ Στη θ.Ι. του συστήματος } \Sigma F = 0$$

$$\Rightarrow F_{\epsilon\lambda.} - w_{ολ} = 0 \Rightarrow k \Delta l = (m_1 + m_2) g \Rightarrow 100 \Delta l = (1+3)10 \Rightarrow$$

$$\Delta l = 0,4 \text{ m όταν αρχίζει η ταλάντωση του συστήματος } v = 0 \text{ άρα το}$$

$$\acute{\iota}\tau\omicron\varsigma A = \Delta l - \Delta l_1 = 0,4 - 0,1 \Rightarrow A = 0,3 \text{ m και για } t=0 \chi = +A$$

$$\text{και από } \chi = A \eta \mu(\omega t + \phi_0), A = A \eta \mu \phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ και } \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{1+3}} \Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \chi = 0,3 \eta \mu(5t + \frac{\pi}{2}) \text{ (SI)}$$

$$\text{Για την α.α.τ. του συστήματος: } \Sigma F = -D \chi \Rightarrow F_{\epsilon\lambda.} - w_{ολ} = -k 0,3 \eta \mu(5t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow F_{\epsilon\lambda.} = (1+3) \cdot 10 - 100 \cdot 0,3 \eta \mu(5t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$$

$$F_{\epsilon\lambda.} = 40 - 30 \eta \mu(5t + \frac{\pi}{2}) \text{ (SI) για την ταλάντωση του σώματος, } D_{\Sigma} = m_2 \omega^2 = 3 \cdot 5^2 \Rightarrow D_{\Sigma} = 75 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \Sigma F_{\Sigma} = F_{\epsilon\pi\alpha\nu\Sigma} \Rightarrow$$

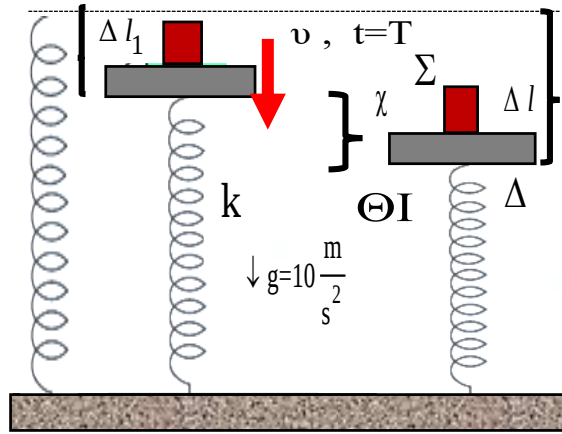
$$N_{\Delta,\Sigma} - m_2 g = -D_{\Sigma} \chi \Rightarrow N_{\Delta,\Sigma} = 3 \cdot 10 - 75 \cdot 0,3 \eta \mu(5t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow N_{\Delta,\Sigma} = 30 - 22,5 \eta \mu(5t + \frac{\pi}{2}) \text{ (SI)}$$

$$\Gamma 2. U_{\epsilon\lambda.} = \frac{1}{2} k \Delta l^2 \Rightarrow \Delta l = \sqrt{\frac{2U_{\epsilon\lambda.}}{k}} \Rightarrow \Delta l = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{100}} \Rightarrow \Delta l = 0,2 \text{ m, άρα στη θέση } 0,1 \text{ m πιο κάτω από τη θέση που}$$

$$\xi\epsilon\kappa\acute{\iota}\nu\eta\sigma\epsilon \acute{\omicron}\pi\omicron\upsilon \Delta l = \Delta l_1 = 0,1 \text{ m. Άρα } \chi = 0,2 \text{ m και } U_{\tau\alpha\lambda.\Delta} = \frac{1}{2} D_{\Delta} \chi^2 = \frac{1}{2} m_1 \omega^2 \chi^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 5^2 \cdot 0,2^2 \Rightarrow U_{\tau\alpha\lambda.\Delta} = 0,5 \text{ J}$$

$$\text{ΑΔΕΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ: } U + K = E \Rightarrow \frac{1}{2} k \chi^2 + \frac{1}{2} m_{ολ} v^2 = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow m_{ολ} \omega^2 \chi^2 + m_{ολ} v^2 = m_{ολ} \omega^2 A^2 \Rightarrow v^2 = \omega^2 (A^2 - \chi^2) \Rightarrow$$

$$v^2 = 5^2 (0,3^2 - 0,2^2) \Rightarrow v^2 = 1,25 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \text{ οπότε } K_2 = \frac{1}{2} m_2 v^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 1,25 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 1,25 \Rightarrow K_2 = 1,875 \text{ J}$$



Γ3. Για την νέα α.α.τ. του συστήματος : με : $U + K = E \Rightarrow \frac{1}{2} k \chi^2 + \frac{1}{2} m_{\text{ολ}} v^2 = \frac{1}{2} k A^2$

$$\Rightarrow m_{\text{ολ}} \omega^2 \chi^2 + m_{\text{ολ}} v^2 = m_{\text{ολ}} \omega^2 A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\chi^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} \Rightarrow A = \sqrt{0,3^2 + \frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}{5^2}}$$

$\Rightarrow A = 0,6 \text{ m}$, κατά την κάθοδό του το σύστημα θα βρεθεί σε θέση μέγιστης συμπίεσης

$$\Delta l_{\text{max}} = \Delta l + A = 0,4 + 0,6 \Rightarrow \Delta l_{\text{max}} = 1 \text{ m} , \text{ άρα } U_{\text{ελmax}} = \frac{1}{2} k \Delta l_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 1^2 \text{ άρα } U_{\text{ελmax}} = 50 \text{ J}$$

Γ4. $\Sigma F_{\Sigma} = F_{\text{επανΣ}} \Rightarrow N_{\Delta, \Sigma} - m_2 g = -D_{\Sigma} \chi \Rightarrow N_{\Delta, \Sigma} = 3 \cdot 10 - m_2 \omega^2 \chi \Rightarrow N_{\Delta, \Sigma} = 30 - 3 \cdot 5^2 \chi \Rightarrow N_{\Delta, \Sigma} = 30 - 75 \chi \text{ (SI)} . \text{ Αν } N_{\Delta, \Sigma} > 0$

η επαφή δεν χάνεται , τότε όμως πρέπει $\chi < \frac{30}{75} \text{ m} \Rightarrow \chi < 0,4 \text{ m}$. Το αρχικό πλάτος ήταν $0,3 \text{ m}$ και δεν χανόταν η επαφή , τώρα όμως

$A = 0,6 \text{ m}$, άρα στη θέση με $\chi = 0,4 \text{ m}$ στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου το σώμα (Σ) θα χάσει την επαφή του με το δίσκο (Δ).

Στο σημείο που χάνεται η επαφή το σύστημα κινείται με ταχύτητα με ΑΔΕΤ : $U + K = E \Rightarrow \frac{1}{2} k \chi^2 + \frac{1}{2} m_{\text{ολ}} v^2 = \frac{1}{2} k A^2$

$$\Rightarrow m_{\text{ολ}} \omega^2 \chi^2 + m_{\text{ολ}} v^2 = m_{\text{ολ}} \omega^2 A^2 \Rightarrow v = +\omega \sqrt{A^2 - \chi^2} = +5 \sqrt{0,6^2 - 0,4^2} \Rightarrow v = +5 \sqrt{0,2} \Rightarrow v = +\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ με την ταχύτητα αυτή το}$$

(Σ) κάνει κατακόρυφη βολή προς τα πάνω και από ΘΜΚΕ : $\Delta K = W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_2 v^2 = -m_2 g h \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{(\sqrt{5})^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow h = 0,25 \text{ m}$

Γ5. Τώρα ταλαντώνεται μόνο ο (Δ) και $\chi = \Delta l_1 = 0,1 \text{ m}$, με $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $v = +\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ΑΔΕΤ $\omega^2 \chi^2 + v^2 = \omega^2 A^2 \Rightarrow$

$$A = \sqrt{\chi^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} \Rightarrow A = \sqrt{0,1^2 + \frac{(\sqrt{5})^2}{10^2}} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{6}}{10} \text{ m} \Rightarrow A = 0,1\sqrt{6} \text{ m}$$