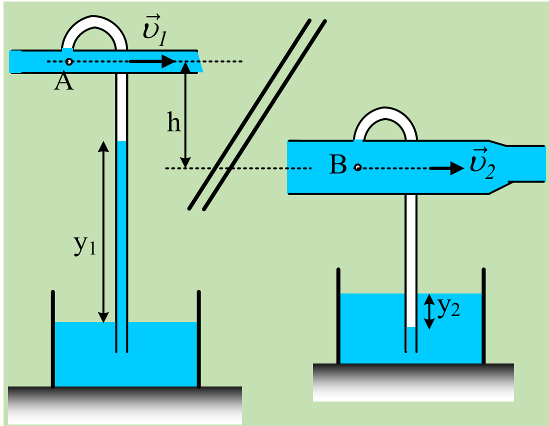
Ψάχνοντας για τυχόν διαρροές



Στο σχήμα βλέπετε ένα τμήμα ενός δικτύου ύδρευσης, όπου υπάρχει η υποψία ότι υπάρχει διαρροή μεταξύ των θέσεων Α ενός οριζόντιου λεπτού σωλήνα και ενός απομακρυσμένου σημείου Β, ενός οριζόντιου σωλήνα διπλάσιας διατομής. Ο λεπτός σωλήνας, έχει διατομή $A_1=20cm^2$ ενώ η ταχύτητα ροής του νερού σε αυτόν είναι $\upsilon_1=4m/s$.

Συνδέουμε τον εύκαμπτο σωλήνα-λάστιχο στη θέση Α, το άλλο άκρο του οποίου βυθίζουμε σε δοχείο με νερό και διαπιστώνουμε ότι το νερό ανεβαίνει κατακόρυφα στο σωλήνα κατά $y_1=1m$.

i) Να υπολογιστεί η πίεση στο σημείο Α, στον άξονα του λεπτού σωλήνα.

ii) Συνδέοντας έναν παρόμοιο σωλήνα - λάστιχο στο σημείο Β, παίρνουμε την εικόνα του σχήματος. Τι συμπέρασμα μπορείτε να εξάγετε από το γεγονός ότι το νερό αντί να ανέβη στο λάστιχο, κατέβηκε;

iii) Αν η υψομετρική διαφορά μεταξύ των αξόνων των δύο σωλήνων είναι h=0,5m, ενώ το νερό κατέβηκε κατά $y_2=0,1m$ στο δεύτερο κατακόρυφο λάστιχο, να βρεθούν:

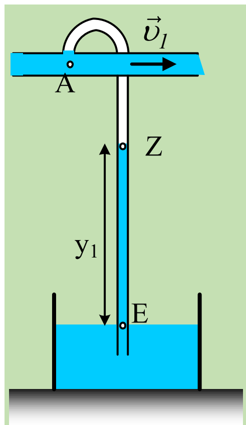
α) Η πίεση στο σημείο Β.

β) Η ταχύτητα της ροής στο σημείο Β.

γ) Μήπως μεταξύ των θέσεων Α και Β υπάρχει κάποια διαρροή και «χάνεται» νερό από το δίκτυο;

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{ατ}=10^5Pa$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000kg/m^3$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ενώ η ροή θεωρείται μόνιμη ροή ιδανικού ρευστού.

Απάντηση:

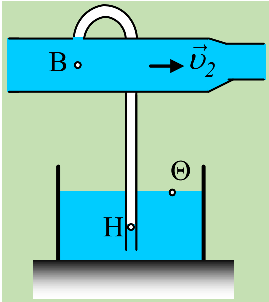


i) Η πίεση στο σημείο Ε στο εσωτερικό του λάστιχου, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με την ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο, είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση, ενώ η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα πάνω από το σημείο Ζ, είναι ίση και με την πίεση στο σημείο Α (θεωρούμε αμελητέο το ύψος του νερού στον οριζόντιο σωλήνα), οπότε:

$$p_E = p_Z + \rho g y_1 \to p_Z = p_A = p_{atm} - \rho g y_1 \to$$
$$p_A = 10^5 Pa - 1.000 \cdot 10 \cdot 1 Pa = 90.000 Pa$$

ii) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, επειδή η πίεση στο σημείο Α η πίεση ήταν μικρότερη από την ατμοσφαιρική (την ίδια τιμή πίεσης είχε και ο εγκλωβισμένος αέρας), το νερό ανέβηκε κατά y_1 στο λάστιχο. Αν τώρα στο δεύτερο λάστιχο που καταλήγει στο σημείο Β, το νερό αντί να ανέβη, κατέβηκε, σημαίνει ότι τώρα η πίεση στο σημείο Β (και άρα η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα) είναι μεγαλύτερη της ατμοσφαιρικής.

iii) Έστω το σημείο Η στην επιφάνεια του νερού στο εσωτερικό του λάστιχου και Θ στην επιφάνεια του νερού στο δοχείο, όπως στο σχήμα.



α) Η πίεση στο Η είναι η πίεση του αέρα και θεωρώντας αμελητέο το πάχος του σωλήνα, είναι ίση και με την πίεση στο σημείο Β, Έτσι θα έχουμε:

$$p_H = p_\Theta + \rho g y_2 \to p_H = p_B = p_{atm} + \rho g y_2 \to$$
$$p_B = 10^5\,Pa + 1.000 \cdot 10 \cdot 0{,}1Pa = 101.000Pa$$

β) Θεωρώντας ότι τα σημεία Α και Β βρίσκονται πάνω σε μια ρευματική γραμμή, εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli, θεωρώντας μια μόνιμη ροή ιδανικού ρευστού:

$$p_A + \rho g h + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \to \upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_1^2 + \frac{2(p_A - p_B + \rho g h)}{\rho}}$$
$$\upsilon_2 = \sqrt{4^2 + \frac{2(90.000 - 101.000 + 1.000 \cdot 10 \cdot 0{,}5}{1000}}\,m/s = 2m/s$$

γ) Υπολογίζουμε τον όγκο του νερού που περνά από μια διατομή στη θέση Α του πρώτου σωλήνα, στην μονάδα του χρόνου (την παροχή!!!) βρίσκοντας:

$$\Pi_A = A_1\upsilon_1 = 20 \cdot 10^{-4}\,m^2 \cdot 4m/s = 0{,}08m^3/s$$

Η αντίστοιχη παροχή στον φαρδύ σωλήνα, στη θέση Β, είναι:

$$\Pi_B = A_2\upsilon_2 = 20 \cdot 10^{-4}\,m^2 \cdot 2m/s = 0{,}08m^3/s$$

Βλέπουμε ότι όσος είναι ο όγκος του νερού που περνά από τον πρώτο σωλήνα, στην μονάδα του χρόνου, τόσος περνά και από τον δεύτερο σωλήνα, οπότε δεν έχουμε καμιά διαρροή και ισχύει η εξίσωση της συνέχειας για το τμήμα αυτό του δικτύου.

(αλλά και χωρίς αριθμητικούς υπολογισμούς στο Β έχουμε διπλάσια διατομή με μισή ταχύτητα ροής, συνεπώς την ίδια παροχή με τον πρώτο σωλήνα…)

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης