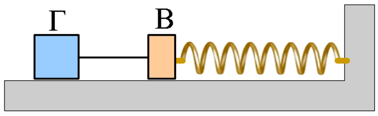
6. Επαναληπτικά θέματα. Ομάδα Γ.

31) Η τάση του νήματος πριν την κρούση.



Το σύστημα των σωμάτων Β και Γ, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg αντίστοιχα ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, όπου το ελατήριο έχει σταθερά k=400N/m και το νήμα μήκος d. Τραβάμε το σώμα Γ προς τα αριστερά επιμηκύνοντας το ελατήριο κατά 0,4m και για t=0, αφήνουμε το σύστημα να εκτελέσει ΑΑΤ.

Α) Να βρεθεί η τάση του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

Β) Αν τα δυο σώματα συγκρούονται πλαστικά και δημιουργείται συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{3\pi}{40}$ s,

να βρεθούν:

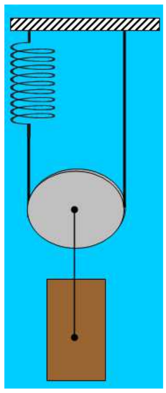
i) Το μήκος του νήματος που συνδέει τα δυο σώματα.

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης τις χρονικές στιγμές:

α) $\frac{3\pi}{80}$ s, β) $\frac{5\pi}{80}$ s, γ) $\frac{7\pi}{80}$ s

iii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση.

32) Ταλάντωση τροχαλίας



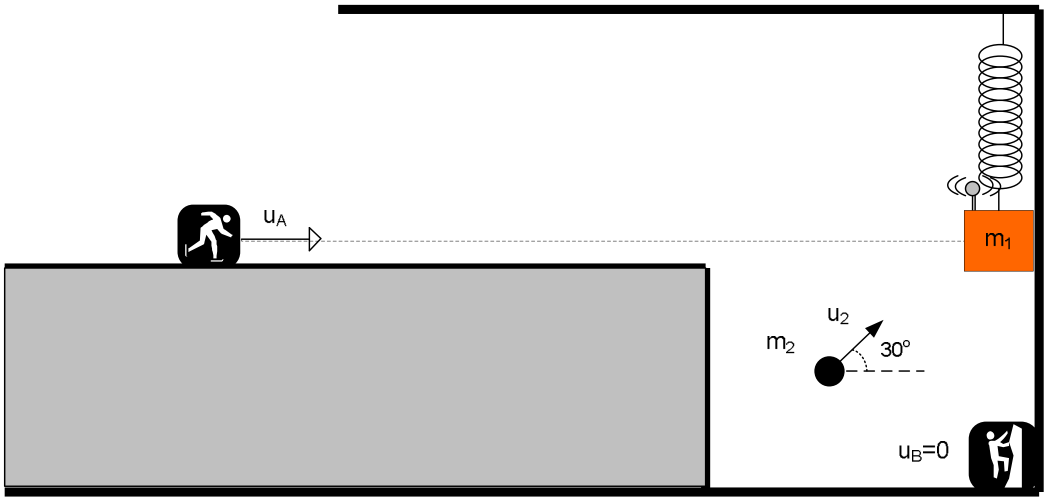
Το ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά k . Η τροχαλία μάζας m παρουσιάζει μεγάλο συντελεστή τριβής με το μη εκτατό νήμα έτσι ώστε αυτό να μην ολισθαίνει σ' αυτήν. Από την τροχαλία κρέμεται σώμα μάζας Μ.

Αποδείξατε ότι το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και υπολογίσατε την περίοδο.

33) Κρούσεις-Ταλαντώσεις –Doppler.

Σώμα μάζας m_1=3 kg είναι δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατήριου σταθεράς k=100 N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισορροπεί. Η μία πλευρά του σώματος m_1 βρίσκεται σε επαφή με λεία επιφάνεια τοίχου. Επίσης, στο σώμα μάζας m_1 είναι εγκατεστημένη συσκευή παραγωγής ηχητικών κυμάτων συχνότητας fs=680 Hz, η οποία έχει αμελητέα μάζα. Σώμα μάζας m_2=1 kg συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_1. Η ταχύτητα του σώματος m_2 είναι $u_2 = 4\sqrt{3}\ m/s$ και το διάνυσμα αυτής σχηματίζει γωνία 30^o με την οριζόντια διεύθυνση. Ως χρονική στιγμή t=0 θεωρείται αυτή της κρούσης.

Επίσης δύο παρατηρητές (Α) και (Β) αντιλαμβάνονται τον ήχο από την πηγή παραγωγής ηχητικών κυμάτων. Ο παρατηρητής (Α) κινείται σε οριζόντιο επίπεδο η προέκταση του οποίου «περνάει» από την αρχική θέση του σώματος μάζας m_1. Η ταχύτητα του παρατηρητή (Α) είναι 3 m/s. Ο παρατηρητής (Β) είναι ακίνητος και βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σώμα μάζας m_1.



Δίνεται, επίσης, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=340 m/s. Θεωρήστε θετική φορά την άνω. Επίσης, μην λάβετε υπόψη τις ανακλάσεις του ήχου.

Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

i) Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα που θα δημιουργηθεί εκτελεί ΑΑΤ.

ii) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ.

iii) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου και τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς.

iv) Να υπολογιστεί ο χρόνος που απαιτείται ώστε το συσσωμάτωμα να ακινητοποιηθεί ακαριαία για 2^η φορά.

v) Να βρεθεί το έργο του βάρους και το έργο της δύναμης ελατηρίου κατά την προαναφερθείσα κίνηση.

vi) Σε ποιες χρονικές στιγμές αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Β) τον ήχο με την ίδια συχνότητα με αυτή που εκπέμπεται από την πηγή.

vii) Ποια η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Α) τη στιγμή που το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα $u = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{m/s}$ με φορά προς τα κάτω.

viii) Να γραφεί η εξίσωση της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Β) σε σχέση με το χρόνο.

34) Σύνθεση ταλαντώσεων ή συγκεκαλυμμένη τριγωνομετρία;

Δύο υλικά σημεία $Σ_1$ και $Σ_2$ εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με περίοδο T=4s και πλάτη A_1=6cm και $A_2=2\sqrt{3}$ cm. Τα σώματα αυτά συναντώνται κάποια χρονική στιγμή σε ένα σημείο Μ που απέχει x_0=3cm από την κοινή θέση ισορροπίας τους. Την στιγμή της συνάντησης το πρώτο απομακρύνεται από την θέση ισορροπίας και το δεύτερο κατευθύνεται προς αυτήν.

Να υπολογίσετε:

i) Την μέγιστη απόσταση των δύο σωμάτων.

ii) Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την στιγμή της συνάντησής τους μέχρι η απόστασή τους να γίνει μέγιστη για πρώτη φορά

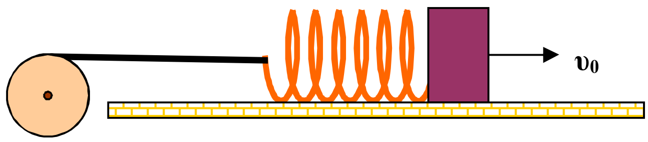
iii) Την περίοδο των συναντήσεων τους και τις θέσεις συνάντησης.

35) Τροχαλία - σώμα - ελατήριο

Στη διάταξη του σχήματος εικονίζεται μια τροχαλία μάζας Μ, η οποία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδό της, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της. Το σώμα Σ έχει μάζα m και είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k. Το άλλο άκρο του ελατηρίου με μη εκτατό αβαρές νήμα τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Στην αρχή όλα τα σώματα της διάταξης είναι ακίνητα και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

Δίνουμε μια αρχική ταχύτητα $υ_0$ στο σώμα προς τα δεξιά.

Αν η κίνηση του σώματος γίνεται χωρίς τριβές να υπολογιστούν:



α) Η ταχύτητα του σώματος την στιγμή που η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι μέγιστη.

β) Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου

γ) Η ταχύτητα του σώματος και η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας την στιγμή που το ελατήριο αποκτά ξανά το φυσικό του μήκος.

δ) Υπό ποία συνθήκη το σώμα θα επιστρέψει στην αρχική του θέση;

ε) Αν ικανοποιείται η συνθήκη του ερωτήματος δ, με πόση ταχύτητα θα επιστρέψει το σώμα στην αρχική του θέση;

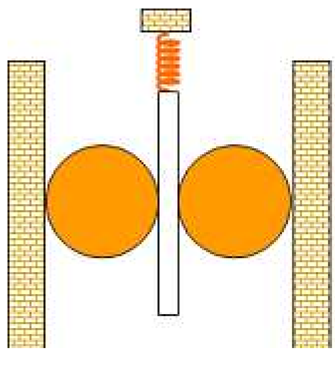
Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

36) Δύο δίσκοι, μια ράβδος και ένα ελατήριο

Στην διάταξη στου σχήματος εικονίζονται μια ράβδος μάζας Μ, δύο δίσκοι ακτίνας R και μάζας m και ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς k.

Αρχικά το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία.



Ανυψώνουμε την ράβδο τόσο ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.

Η κίνηση γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε οι δίσκοι να μην ολισθαίνουν ούτε στην ράβδο ούτε στα πλευρικά τοιχώματα.

Α) Να αποδείξετε ότι στην θέση ισορροπίας η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στην ράβδο είναι ίση με το βάρος της ράβδου αυξημένο κατά το ημιάθροισμα των βαρών των δύο δίσκων.

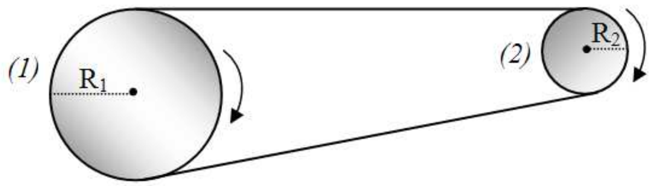
Β) Να αποδείξετε ότι οι δύο δίσκοι περιστρέφονται με αντίθετες γωνιακές ταχύτητες

Γ) Να αποδείξετε ότι η ράβδος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση της οποίας να βρείτε την περίοδο.

Δ) Να βρεθεί η ενέργεια που προσφέραμε για να ανεβάσουμε την ράβδο στην θέση μέγιστης απομάκρυνσης

Δίνεται η ροπή αδράνειας λεπτού ομογενούς κυλίνδρου μάζας m και ακτίνας R ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του διερχόμενο από το κέντρο του $I = \frac{1}{2}mR^2$

37) Ιμάντας και κύλιση χωρίς ολίσθηση πάνω σ' αυτόν



Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο δίσκοι με ακτίνες R_1*=0,6m* και R_2*=0,3m* αντίστοιχα, οι οποίοι συνδέονται με ιμάντα, το οριζόντιο τμήμα του οποίου έχει μήκος ***8m***. Οι δίσκοι μπορούν να περιστρέφονται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος στο επίπεδό τους και αρχικά είναι ακίνητοι. Τη χρονική στιγμή ***t=0*** προσδίδουμε στο δίσκο (1) σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{1,\gamma}=5rad/s^2$, οπότε οι δύο δίσκοι ξεκινούν να περιστρέφονται δεξιόστροφα χωρίς ο ιμάντας να γλιστρά στην περιφέρειά τους. Να υπολογίσετε το μέτρο:

α) της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου (1) την χρονική στιγμή $t_1=2s$

β) της επιτρόχιας επιτάχυνσης των σημείων της περιφέρειας του δίσκου (2) και το μέτρο της γωνιακής του επιτάχυνσης

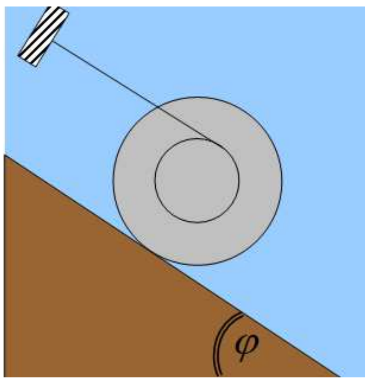
Την ***t=0*** από σημείο που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα περιστροφής του δίσκου (1), τοποθετείται μικρός τροχός ακτίνας ***r=0,05m*** και με τη δράση κατάλληλης δύναμης αποκτά σταθερή επιτάχυνση α_{cm} με φορά προς τα δεξιά και σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_\gamma=20rad/s^2$ έτσι ώστε ο τροχός να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στον ιμάντα, χωρίς αυτός να λυγίζει. Να υπολογίσετε το:

γ) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου.

δ) την ταχύτητα ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού που απέχει απόσταση ***3R/2*** από τον ιμάντα την χρονική στιγμή ***1s***.

ε) την χρονική στιγμή που ο τροχός εγκαταλείπει τον ιμάντα.

38) Γιο-γιο σε κεκλιμένο επίπεδο.



Ο αρχικά ακίνητος, ομογενής κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα 10 kg και ακτίνα 0,2 m. Έχει λεπτή εγκοπή βάθους 0,1 m έτσι ώστε νήμα αμελητέου πάχους να τυλίγεται και να απέχει 0,1 m από το κέντρο του κυλίνδρου.

Για την γωνία φ ξέρουμε ότι ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8.

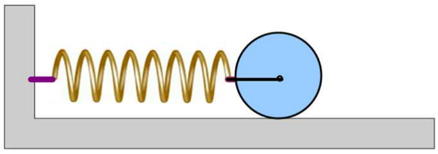
i) Ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής ώστε να ισορροπεί;

ii) Αν οι συντελεστές στατικής τριβής και τριβής ολίσθησης είναι και οι δύο 0,2 να υπολογισθούν η επιτάχυνση και η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.

iii) Ποια θα είναι η μετατόπιση του κυλίνδρου την στιγμή 2s , ποια η γωνιακή μετατόπιση του κυλίνδρου και πόσο νήμα θα έχει ξετυλιχθεί;

iv) Την ίδια στιγμή βρείτε την μεταβολή της δυναμικής , την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου και το έργο κάθε εμπλεκόμενης δύναμης.

39) Τρία στερεά σε δύο ταλαντώσεις



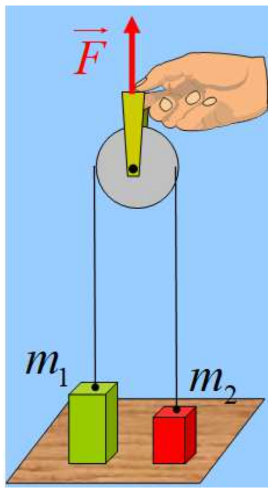
Τρία ίδιας μάζας M=3/14 Kg και ίδιας ακτίνας στερεά σώματα ,ένας λεπτός δίσκος, μία σφαίρα και ένα δαχτυλίδι μπορούν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το καθένα από τα παραπάνω σώματα δένεται με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς K=120N/m με το κέντρο του κάθε στερεού ενώ η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι μόνιμα στερεωμένη. Το κάθε στερεό ισορροπεί και στο καθένα από αυτά και την στιγμή t=0 ασκούμε στο κέντρο του σταθερή οριζόντια δύναμη F=60N έτσι ώστε το κάθε ελατήριο να μπορεί να επιμηκύνεται.

α) Να αποδειχθεί ότι το κέντρο μάζας του κάθε στερεού εκτελεί γ.α.τ. καθώς και να βρεθεί πόσο θα είναι τότε το πλάτος ταλάντωσης του κέντρου μάζας του κάθε στερεού;

β) Μετά από πόσο χρόνο πρέπει να καταργηθεί η δύναμη στο καθένα από τα παραπάνω στερεά έτσι ώστε να σταματήσει η περιοδική κίνηση του κάθε στερεού. Ποιο κέντρο μάζας κάποιου από τα παραπάνω στερεά θα μπορούσε να σταματήσει πρώτο;Σε πόσο χρόνο;

γ) Αν καταργηθεί η εξωτερική δύναμη θα συνεχίσει το κέντρο μάζας του κάθε στερεού να εκτελεί γ.α.τ.Σε ποια θέση σε σχέση με το φυσικό μήκος του κάθε ελατηρίου θα πρέπει να καταργηθεί η κάθε δύναμη για ταλαντώνεται το σύστημα με την μέγιστη ενέργεια ταλάντωσης;

Δίνονται ο ροπές αδράνειας $I_{δαχ}=MR^2$ $I_{δισκ}=0,5MR^2$ και $I_{σφ}=0,4MR^2$.



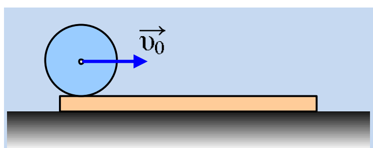
40) Πόση δύναμη πρέπει να ασκήσουμε;

Αν η τροχαλία έχει μάζα M ποια είναι η ελάχιστη δύναμη που πρέπει να ασκήσω ώστε να σηκωθεί μόνο το m_2 ; Ποια είναι η ελάχιστη δύναμη που πρέπει να ασκήσω ώστε να σηκωθεί και το m_1 ;

Θεωρήσατε ότι $m_1 > m_2$.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας θεωρείται γνωστή.

41) Μια περισσότερο ιδιόμορφη «κρούση».



Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια λεπτή σανίδα μάζας M. Εκτοξεύουμε οριζόντια, από το άκρο της σανίδας, μια σφαίρα ίδιας μάζας M με αρχική ταχύτητα $υ_0$ και με κινητική ενέργεια 36J, η οποία δεν περιστρέφεται. Παρατηρούμε ότι η σφαίρα αρχίζει να περιστρέφεται, ενώ ταυτόχρονα η σανίδα κινείται προς τα δεξιά επιταχυνόμενη για λίγο, ενώ στη συνέχεια τόσο η σφαίρα, όσο και η σανίδα κινούνται με σταθερές ταχύτητες.

i) Μπορείτε να ερμηνεύσετε τις παραπάνω παρατηρήσεις;

ii) Αποδείξτε ότι όταν τα σώματα αποκτήσουν σταθερές ταχύτητες ισχύει υ_{cm}-ωR=υ_1, όπου υ_{cm} η ταχύτητα του άξονα της σφαίρας, ω η γωνιακή της ταχύτητα και υ_1 η ταχύτητα της σανίδας.

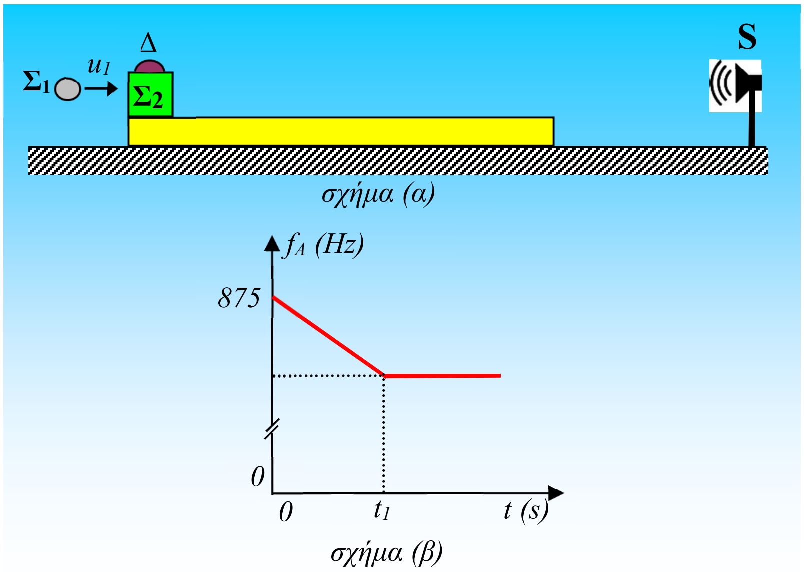
iii) Ας πάρουμε ένα νοητό σταθερό οριζόντιο άξονα z, ο οποίος ταυτίζεται με την αρχική θέση του άξονα περιστροφής της σφαίρας. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της στροφορμής του συστήματος σφαίρα-σανίδα, ως προς τον άξονα z, σε συνάρτηση με το χρόνο.

iv)Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής που αναπτύχθηκε μεταξύ σφαίρας και σανίδας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της I= 2/5 MR^2.

42) Κρούση-Doppler και ολίσθηση.

Μία ομογενής σανίδα μάζας $M=4kg$ και μήκους L βρίσκεται ακίνητη πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο αριστερό άκρο της σανίδας, όπως φαίνεται στο σχήμα, βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1kg$, το οποίο φέρει δέκτη (Δ) ηχητικών κυμάτων αμελητέας μάζας και είναι ελεύθερο να κινηθεί πάνω στη σανίδα, με την οποία εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$. Σε μεγάλη απόσταση από τη σανίδα και στην ίδια διεύθυνση με το σώμα Σ_2 βρίσκεται πηγή S εκπομπής ηχητικών κυμάτων συχνότητας $f_S=850Hz$. Ένα δεύτερο σώμα Σ_1 μάζας $m_1=0,5kg$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 που βρίσκεται πάνω στη σανίδα, με αποτέλεσμα αμέσως μετά την κρούση, που λαμβάνεται ως $t=0$, να ενεργοποιηθεί ο δέκτης που φέρει το σώμα Σ_2. Στο σχήμα (β) απεικονίζεται η μεταβολή των συχνότητας που καταγράφει ο δέκτης σε συνάρτηση με το χρόνο.



α) Να περιγράψετε την κίνηση του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση

Να υπολογίσετε:

β) την ταχύτητα των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αμέσως μετά την κρούση.

γ) τη συχνότητα f_A που καταγράφει ο δέκτης από τη χρονική στιγμή t_1 και μετά.

δ) τον χρόνο εκπομπής των κυμάτων που εκπέμπει η πηγή και λαμβάνει ο δέκτης (Δ) στο χρονικό διάστημα που το σώμα $Σ_2$ ολισθαίνει πάνω στη σανίδα.

ε) το ελάχιστο μήκος της σανίδας L ώστε να μην το $Σ_2$ να μην εγκαταλείψει την σανίδα κατά την κίνηση του μετά την κρούση

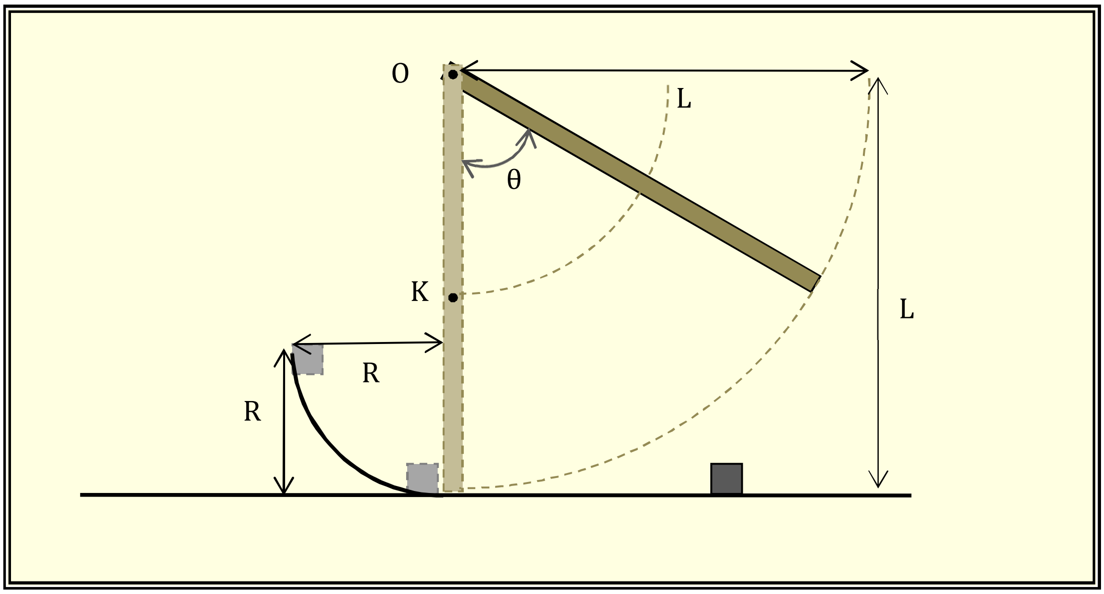
στ) το έργο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σώμα $Σ_2$, καθώς και το έργο της τριβής ολίσθησης που δέχεται η σανίδα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του σώματος $Σ_2$ πάνω σε αυτή

ζ) την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος $Σ_2$ και σανίδας ώστε αμέσως μετά την κρούση ο δέκτης του $Σ_2$ να καταγράφει συχνότητα που μειώνεται με ρυθμό $5s^{-2}$.

Δίνεται ότι το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του ήχου στον ακίνητο αέρα ισούται με 340m/s και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

43) Κρούση και στροφική κίνηση

Η ομογενής ράβδος μήκους L μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχήματος ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί κατακόρυφα χωρίς να αγγίζει το οριζόντιο δάπεδο. Το σώμα σχήματος κύβου αφήνεται από την κορυφή της τεταρτοκυκλικής ράμπας ακτίνας R πάνω στην οποία ολισθαίνει χωρίς τριβές. Στο κατώτερο σημείο της ράμπας το σώμα συγκρούεται ελαστικά με το κάτω άκρο της ράβδου. Το βάρος του σώματος είναι $B = 80N$ και είναι το ίδιο με το βάρος της ράβδου. Η ακμή του κύβου είναι ασήμαντη σε σχέση με το μήκος της ράβδου και επίσης $L = 3R$.



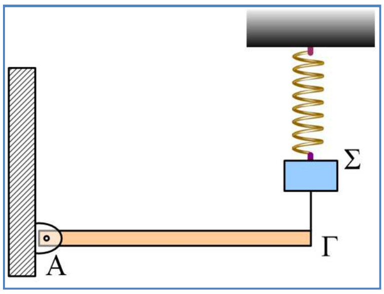
i) Βρείτε τη μέγιστη γωνία **θ** που σχηματίζει η ράβδος με την κατακόρυφη κατά την κίνηση της μετά την κρούση.

ii) Τι κατεύθυνση θα έχει η ταχύτητα του σώματος **αμέσως μετά** την κρούση;

iii) Υπολογίστε τη δύναμη που ο άξονας ασκεί στη ράβδο τη στιγμή που αυτή βρίσκεται στη θέση μέγιστης γωνιακής απομάκρυνσης από την κατακόρυφη.

Δίδεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Ο είναι $\mathbf{I_{(O)}} = \frac{1}{3}\mathbf{mL^2}$ όπου **m** η μάζα της ράβδου.

44) Μια περιστροφή και μια α.α.τ.



Η ράβδος ΑΓ έχει μήκος 3m, μάζα M=10kg και μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, αρθρωμένη στο άκρο της Α. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, με το άλλο της άκρο Γ, δεμένο μέσω κατακόρυφου νήματος, με σώμα Σ μάζας m=5kg, το οποίο ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου. Το ελατήριο έχει φυσικό μήκος 1m και σταθερά 200N/m.

i) Πόση δύναμη δέχεται η ράβδος στο σημείο Α και πόσο είναι στην ισορροπία το μήκος του ελατηρίου;

ii) Σε μια στιγμή t=0, κόβουμε το νήμα που συνδέει το σώμα Σ με τη ράβδο, οπότε το Σ εκτελεί α.α.τ. ενώ η ράβδος στρέφεται γύρω από το άκρο της Α. Να βρείτε:

α) Την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ,

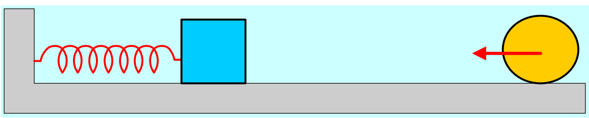
β) Την αρχική επιτάχυνση (για t=0) τόσο του σώματος Σ, όσο και του σημείου Γ της ράβδου.

γ) Την μέγιστη ταχύτητα του σώματος Σ και την μέγιστη ταχύτητα του σημείου Γ.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $I_{cm} = ml^2/12$, $\pi^2 \approx 10$, $g=10m/s^2$ ενώ δεν αναπτύσσονται τριβές στην άρθρωση στο άκρο Α κατά την πτώση της ράβδου.

45) Μια σφαίρα που πήρε ανάποδες στροφές.

Η σφαίρα του παρακάτω σχήματος έχει ακτίνα R=0,2m και μάζα m=1kg.Η σφαίρα την χρονική στιγμή t=0 βάλλεται με αρχική ταχύτητα υ_{cm}=10m/sec και ταυτόχρονα με την βοήθεια στιγμιαίας εξωτερικής ροπής δίνεται στη σφαίρα κατάλληλη γωνιακή ταχύτητα έτσι ώστε το ανώτερο σημείο της σφαίρας να έχει μηδενική ταχύτητα. Η σφαίρα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να συγκρουστεί μετωπικά ακαριαία κεντρικά και ελαστικά με κύβο ακμής α=0,4m και μάζας m=1Kg που είναι ακίνητος και δεμένος με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $K=\pi^2$N/m. Αν η αρχική απόσταση των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων ήταν x=10,4m να βρεθούν:

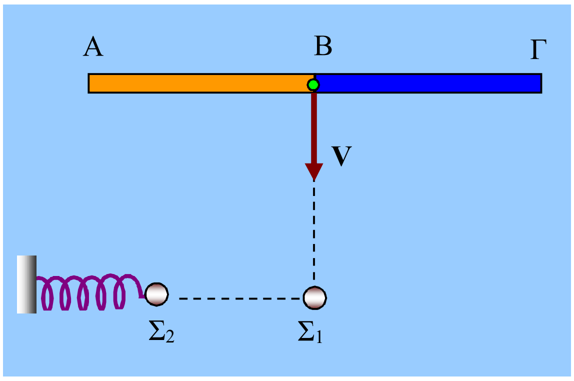


A) Ο αριθμός των περιστροφών που θα εκτελέσει η σφαίρα μέχρι να επιστέψει στην αρχική της θέση.

B) Αν η σφαίρα τελικά κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ή όχι

Γ) Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας τη σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο καθώς η γραφική παράσταση της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας σαν συνάρτηση του χρόνου αν θετική φορά θεωρηθεί η αρχική φορά της ταχύτητας του κέντρου μάζας.

46) Κρούσεις – ταλάντωση – περιστροφή και στροφορμή.



Δυο όμοιες λεπτές ράβδοι ΑΒ, και ΒΓ μάζας $M = 2m$ και μήκους $\ell = 0{,}5$ m η κάθε μια, συνδέονται μεταξύ τους μέσω άρθρωσης αμελητέας μάζας.

Αρχικά και οι δυο ράβδοι κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα **V**, σχηματίζοντας ευθεία γραμμή. Κάποια χρονική στιγμή, ακινητοποιείται απότομα η ράβδος ΑΒ, με αποτέλεσμα η ΒΓ να αρχίσει να στρέφεται χωρίς τριβές . Όταν η ΒΓ έχει στραφεί κατά π/2 , συγκρούεται με το άκρο της Γ , ελαστικά, με σφαιρίδιο Σ_1 αμελητέων διαστάσεων μάζας $m_1 = 3m$ που ηρεμεί πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

Το σφαιρίδιο Σ_1 στη συνέχεια, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σφαιρίδιο Σ_2 μάζας $m_2 = m$, που κινείται αντίθετα, με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 4$m/s , δεμένο στο δεξιό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο, το σφαιρίδιο Σ_1 κινείται πριν την κρούση κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, ενώ το Σ_2 τη στιγμή της κρούσης , $t = 0$, περνά από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

Αν η εξίσωση απομάκρυνσης - χρόνου για το συσσωμάτωμα που προκύπτει από την πλαστική κρούση, είναι $x = 2A\eta\mu\left(\pi f t + \pi\right)$, όπου A και f το πλάτος και η συχνότητα αντίστοιχα , της ταλάντωσης που εκτελούσε το Σ_2 να υπολογίσετε:

i) την ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon_1}$ του σφαιριδίου Σ_1 λίγο πριν την κρούση του με το Σ_2.

ii) τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου λίγο πριν συγκρουστεί με το σφαιρίδιο Σ_1 και αμέσως μετά.

iii) την ταχύτητα **V**

iv) Σε πόσο χρόνο μετά την ακινητοποίηση της ράβδου ΑΒ χτυπά η ΒΓ το σφαιρίδιο Σ_1 .

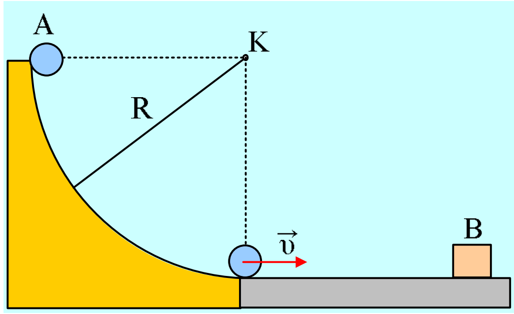
v) Τη συνάρτηση $L_{\Sigma(B)} = f(t)$ όπου $L_{\Sigma(B)}$ η στιγμιαία τιμή της στροφορμής του συσσωματώματος Σ_1-Σ_2 ως προς το σημείο Β.

vi) Την τιμή του λ στη σχέση $\dfrac{dL_{\Sigma(B)}}{dt} = \lambda \cdot \dfrac{dp}{dt}$, όπου $\left(\dfrac{dp}{dt}\right)$ είναι η στιγμιαία τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος.

Δίδονται m = 1kg , f = (10/π) Hz , και η ροπή αδράνειας της ράβδου ΒΓ ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_B = \dfrac{1}{3}M\ell^2$.

47) Κρούση μιας σφαίρας με κύβο.

Από την κορυφή ενός λείου τεταρτοκυκλίου ακτίνας R=2,5m, αφήνεται να ολισθήσει μια σφαίρα Α μάζας M=0,3kg και ακτίνας r=5cm, η οποία φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ. Η σφαίρα παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,2$ και αφού κινηθεί επί χρονικό διάστημα $\Delta t=2s$, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο κύβο ακμής $\alpha=0,1m$ και μάζας $m=0,2kg$.



i) Ποιο το μέτρο της ταχύτητας υ, με την οποία αρχίζει να κινείται η σφαίρα στο οριζόντιο επίπεδο.

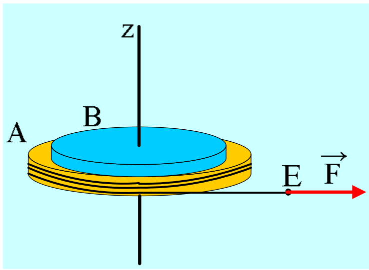
ii) Ποια η ταχύτητα της σφαίρας ελάχιστα πριν την κρούση.

iii) Πόσο απέχει ο κύβος Β από την βάση του τεταρτοκυκλίου;

iv) Με δεδομένο ότι η δύναμη που ασκείται από τη σφαίρα στον κύβο στη διάρκεια της κρούσης είναι οριζόντια, να βρεθεί το % ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που μεταφέρεται στον κύβο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I=\frac{2}{5}R^2$ και $g=10m/s^2$.

48) Κίνηση δύο δίσκων σε επαφή.



Δύο οριζόντιοι δίσκοι Α και Β βρίσκονται σε επαφή, ενώ μπορούν να στρέφονται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από τα κέντρα τους. Οι δίσκοι ηρεμούν. Γύρω από τον δίσκο Α τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, μέσω του οποίου, τη στιγμή t=0, του ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=12N, προσδίδοντας σταθερή επιτάχυνση στο άκρο Ε του νήματος, μέχρι τη στιγμή $t_1=2s$, οπότε έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους x=4,8m. Ο Β δίσκος «παρασύρεται» και περιστρέφεται από τη ροπή της τριβής που δέχεται από τον Α δίσκο. Τη στιγμή t_1 παύουμε την άσκηση της δύναμης. Για τους δίσκους Α και Β δίνονται $m_1=8,5kg$, $m_2=4kg$, $R_1=0,8m$ και $R_2=0,6m$ αντίστοιχα, ενώ η ροπή αδράνειας ενός δίσκου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I=\frac{1}{2}MR^2$.

i) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του Α δίσκου.

ii) Να υπολογιστεί η ροπή της τριβής που ασκήθηκε στον Α δίσκο από τον Β.

iii) Ποια η γωνιακή ταχύτητα κάθε δίσκου τη στιγμή t_1;

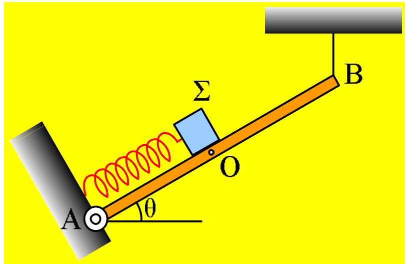
iv) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής κάθε δίσκου, αλλά και του συστήματος των δύο δίσκων, ως προς τον άξονα z, τη χρονική στιγμή t=1s.

v) Να υπολογισθεί η μηχανική ενέργεια που μετετράπη σε θερμική, εξαιτίας της τριβής που αναπτύχθηκε μεταξύ των δύο δίσκων, μέχρι τη στιγμή t_1.

vi) Να βρεθεί η τελική γωνιακή ταχύτητα των δίσκων.

49) Μια ταλάντωση σώματος σε πλάγια σανίδα.

Η σανίδα του σχήματος, μήκους 2m και μάζας M=4kg, έχει αρθρωθεί στο άκρο της Α, ενώ το άλλο της άκρο Β είναι δεμένο με κατακόρυφο νήμα και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, όπου ημθ=0,6. Πάνω στη σανίδα, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=20N/m, ο άξονας του οποίου είναι παράλληλος με τη ράβδο, ισορροπεί ένα σώμα Σ, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=2kg. Η θέση ισορροπίας του σώματος Σ είναι το μέσον Ο της σανίδας.



i) Να βρεθεί το μέτρο της τάσης του νήματος.

ii) Μετακινούμε το σώμα Σ, προς τα πάνω κατά μήκος της σανίδας, κατά 0,2m και σε μια στιγμή που θεωρούμε t=0, το αφήνουμε να κινηθεί.

α) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ.

β) Θεωρώντας θετική την αρχική απομάκρυνση, να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του Σ σε συνάρτηση με το χρόνο.

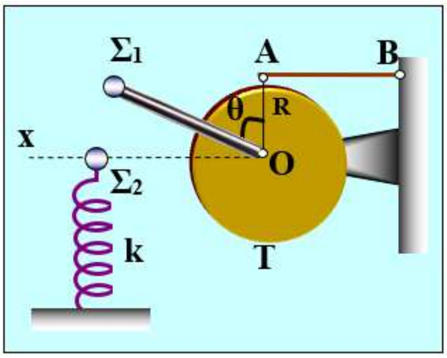
γ) Να βρεθεί η εξίσωση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

δ) Να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ, τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

Δίνονται $\pi^2 \approx 10$ και $g=10m/s^2$.

50) Ισορροπία – περιστροφή – κρούση – ταλάντωση

Μια λεπτή ομογενής ράβδος μήκους $\ell = 2R$ και μάζας $M_\rho = 3m$, έχει στο ένα της άκρο στερεωμένο σημειακό σφαιρίδιο Σ_1 μάζας $m_1 = m = (1/20)$ kg, και είναι κολλημένη στο επίπεδο μιας τροχαλίας Τ μάζας $M = 4m$ και ακτίνας $R = (1/20)$ m, όπως φαίνεται στο σχήμα, όπου Ο, είναι το κέντρο της τροχαλίας. Το σύστημα των τριών αυτών σωμάτων, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος στο κατακόρυφο επίπεδο της τροχαλίας, και διέρχεται από το κέντρο της Ο.



Αρχικά, το σύστημα ηρεμεί σε ισορροπία, με τη βοήθεια οριζόντιου αβαρούς και ανελαστικού νήματος ΑΒ, που έχει το ένα του άκρο Α δεμένο στο ανώτερο σημείο της τροχαλίας, και το άλλο Β, σε κατακόρυφο τοίχο.

Α. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.

Β. Κόβουμε το νήμα. Να υπολογιστούν οι τιμές των παρακάτω μεγεθών αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος:

Β1. γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος

Β2. μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του σφαιριδίου Σ_1.

Γ. Τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται οριζόντια, το σφαιρίδιο Σ_1 χτυπά πάνω σε σημειακή σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2 = 10m$ που ηρεμεί σε ισορροπία, δεμένη στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 200 N/m. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο.

Αν η κρούση του συστήματος με τη σφαίρα Σ_2 είναι ελαστική, διαρκεί αμελητέο χρόνο, και μετά απ' αυτήν, η φορά περιστροφής του συστήματος των τριών σωμάτων αντιστρέφεται, να υπολογίσετε:

Γ1. Τη γραμμική ταχύτητα του σφαιριδίου $Σ_1$ ακριβώς πριν την κρούση.

Γ2. Τη γραμμική ταχύτητα του σφαιριδίου $Σ_1$ και την ταχύτητα της σφαίρας $Σ_2$, αμέσως μετά την κρούση.

Δ. Μετά την κρούση, το σύστημα των τριών σωμάτων συγκρατείται ακίνητο στην ανώτερη θέση που φτάνει, ενώ το σύστημα ελατήριο - σφαίρα $Σ_2$, κάνει απλή αρμονική ταλάντωση, χωρίς αρχική φάση.

Να υπολογίσετε:

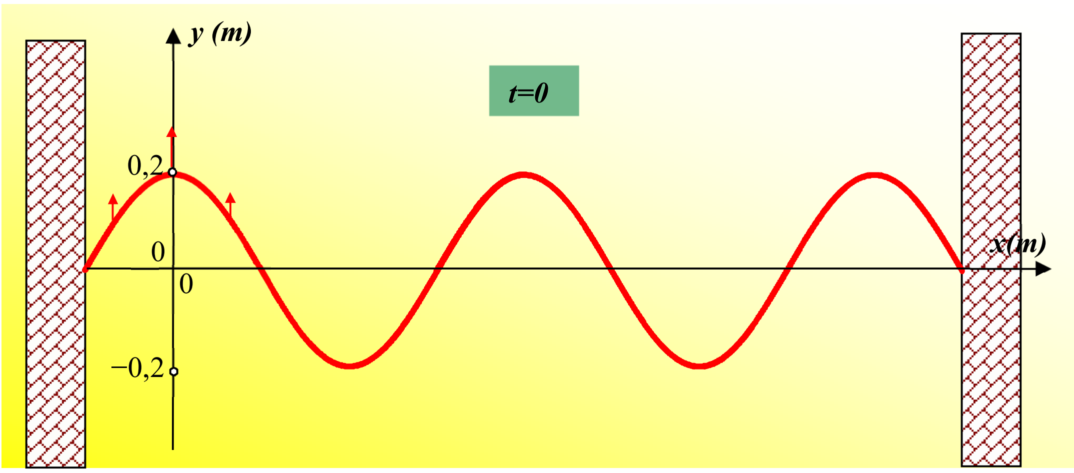
Δ1. Την εξίσωση απομάκρυνσης χρόνου για την ταλάντωση αυτή

Δ2, Τη μεταβολή της στροφορμής της σφαίρας $Σ_2$ ως προς το Ο, από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι την $t = T/2$, όπου Τ η περίοδος της ταλάντωσης.

Δίνονται οι ροπές αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου $I_ρ = M_ρ\ell^2/3$ και της τροχαλίας $I_T = MR^2/2$, $g = 10 m/s^2$ και η γωνία $θ = 60^o$.

51) Επαναληπτική άσκηση στο στάσιμο κύμα;

Μια ομογενής και λεπτή χορδή σταθερού πάχους με σταθερά άκρα διεγείρεται οπότε δημιουργείται πάνω της στάσιμο κύμα με 4 δεσμούς (εκτός των δύο άκρων). Την t=0 που φαίνεται στο παρακάτω στιγμιότυπο η κινητική ενέργεια κάθε ταλαντούμενου σημείου της χορδής ισούται με τα ¾ της ολικής ενέργειας ταλάντωσής του, ενώ μετά από χρονικό διάστημα $Δt = \frac{1}{30} s$ η κινητική ενέργεια του κάθε σημείου μηδενίζεται για πρώτη φορά. Αν το μήκος της χορδής είναι L=1m να υπολογίσετε:



α) την απόσταση ενός δεσμού από την μεθεπόμενη κοιλία

β) το πλάτος ταλάντωσης των κοιλιών

γ) την απόσταση ενός δεσμού από την μεθεπόμενη κοιλία όταν τα σημεία της χορδής που ταλαντώνονται έχουν μηδενική κινητική ενέργεια

δ) την συχνότητα με την οποία ευθυγραμμίζονται με τον ημιάξονα Οx τα σημεία της χορδής.

Θεωρώντας ως x=0 τη θέση της $1^{ης}$ κοιλίας (από το αριστερό άκρο της χορδής):

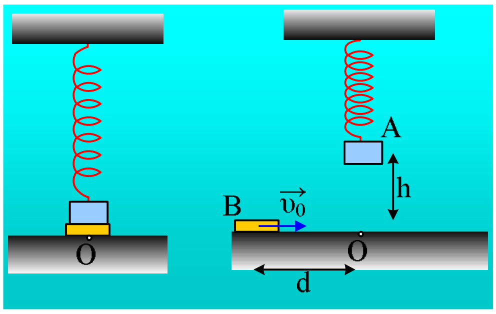
ε) να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος

στ) η διαφορά φάσης δύο σημείων της χορδής που απέχουν από το άκρο Ο αποστάσεις 0,25m και 0,85m.

ζ) Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο την χρονική στιγμές στιγμές $t_1=\frac{1}{12}s$, $t_2=\frac{1}{10}s$ και $t_3=\frac{2}{15}s$ στο ίδιο σύστημα αξόνων

η) την επί τοις % μεταβολή της συχνότητας ταλάντωσης της χορδής, ώστε ο αριθμός των δεσμών μεταξύ των άκρων να ελαττωθεί κατά ένας.

52) Μη μετωπική πλαστική κρούση και ενέργειες.



Το σώμα Α, μάζας m_1=1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σε επαφή με το σώμα Β, μάζας m_2=0,4kg που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στη θέση Ο. Στη θέση αυτή δεν ασκείται δύναμη μεταξύ των δύο σωμάτων, ενώ το ελατήριο, σταθεράς k=40N/m, έχει μήκος 0,8m. Ανεβάζουμε το Α σώμα, κατακόρυφα κατά h=1/2π m και μετακινούμε το σώμα Β, προς τα αριστερά, κατά d. Σε μια στιγμή αφήνουμε το σώμα Α ελεύθερο, ενώ ταυτόχρονα εκτοξεύουμε με κατάλληλη ταχύτητα υ_0, το Β σώμα, προς την αρχική του θέση Ο. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά φτάνοντας στο Ο και κατόπιν το συσσωμάτωμα συνεχίζει οριζόντια, φτάνοντας μέχρι το σημείο Ρ, σε απόσταση (ΟΡ)=0,6m, όπου και σταματά στιγμιαία, πριν κινηθεί ξανά προς το Ο. Τα δύο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων, ενώ $\pi^2\approx10$ και g=10m/s^2.

i) Να υπολογιστεί η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
ii) Ποια η αρχική ταχύτητα υ_0 του σώματος Β και από ποια απόσταση d είχε εκτοξευθεί το Β σώμα;
iii) Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής του σώματος Α που οφείλεται στην κρούση.
iv) Αν είχαμε ανεβάσει το Α σώμα κατά h΄=2h= 1/π, πόσο θα έπρεπε να γινόταν η αρχική ταχύτητα του Β σώματος, ώστε από την ίδια απόσταση d, να είχαμε ξανά παρόμοια κρούση;

53) Δύο τρέχοντα κύματα και η συμβολή τους.

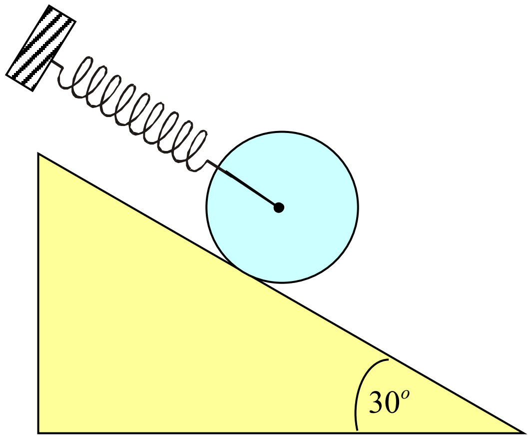
Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, διαδίδονται δύο εγκάρσια κύματα με αντίθετες κατευθύνσεις. Τα κύματα φτάνουν τη στιγμή t=0, σε ένα σημείο του μέσου Σ, στη θέση x_Σ=4m. Το σημείο αυτό εξαιτίας κάθε κύματος ξεκινά να ταλαντώνεται με εξίσωση y=0,2·ημπt (S.I.). Αν η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι υ=2m/s, ζητούνται:

i) Η περίοδος και το μήκος κύματος κάθε κύματος.
ii) Να βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων.
iii) Να βρεθεί η εξίσωση του στάσιμου που προκύπτει από την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.
iv) Πόσοι δεσμοί έχουν σχηματιστεί πάνω στο μέσο τη χρονική στιγμή t_1=1,5s;
v) Να σχεδιάστε τη μορφή του μέσου την στιγμή t_1.
vi) Δύο υλικά σημεία Μ και Ν βρίσκονται δεξιά και αριστερά της θέσης x=7m και έχουν ίσες απομακρύνσεις, από τη θέση ισορροπίας τους. Το σημείο Μ είναι το πλησιέστερο στη θέση x=7m σημείο με την παραπάνω ιδιότητα. Ποιο υλικό σημείο τη στιγμή t_1 έχει:

α) Μεγαλύτερη ταχύτητα ταλάντωσης.

β) Μεγαλύτερη ενέργεια ταλάντωσης.

54) Μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη μετατόπιση.



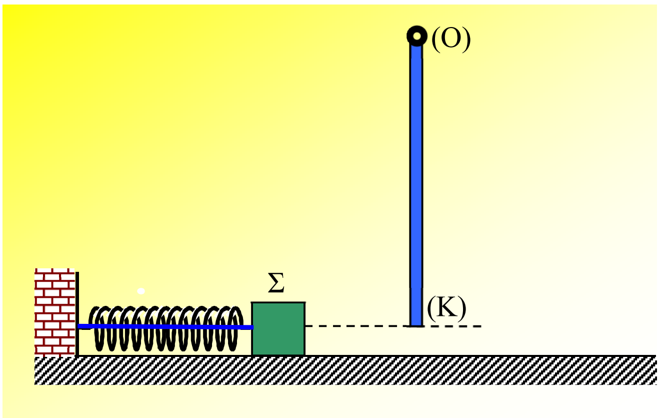
Το ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά $k = 300$ N/m.
Η μάζα του ομογενούς κυλίνδρου είναι 2 kg.
Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι 10 m/s^2.
Ο κύλινδρος αφήνεται να κινηθεί από μια θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.
Ο συντελεστής τριβής είναι τόσος ώστε να εξασφαλίζεται κύλιση χωρίς ολίσθηση.

i) Ποια είναι η μεγαλύτερη ταχύτητα που αποκτά;

ii) Ποια η μεγαλύτερη μετατόπισή του από την θέση που αφέθηκε;

iii) Δεχόμενοι ότι κάνει αρμονική ταλάντωση υπολογίσατε την περίοδό της.

55) Ταλάντωση- Κρούση- Στερεό



Σώμα Σ μάζας $m=1kg$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα με τη βοήθεια νήματος ισορροπεί και η τάση του νήματος έχει μέτρο $200N$. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα αρχίζει να κινείται. . Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου συγκρούεται ελαστικά με το κάτω άκρο Κ λεπτής και ομογενούς ράβδου, το οποίο βρίσκεται στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Η ράβδος μάζας $M=2kg$ και μήκους $L=1{,}2m$ έχει το άλλο άκρο της Ο στερεωμένο σε άρθρωση και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές.

Να υπολογίσετε:

α) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει Α.Α.Τ και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης και την γωνιακή συχνότητα.

β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση

γ) Να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

Για την ράβδο αμέσως μετά την κρούση, να υπολογίσετε:

δ) το μέτρο της δύναμης από τον άξονα περιστροφής αμέσως μετά την κρούση

ε) την μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της γωνιακής της ταχύτητας *στ)* Να ελέγξετε εάν εκτελεί ανακύκλωση

Για την ταλάντωση του σώματος μετά την κρούση:

ζ) να γράψετε την χρονική εξίσωση απομάκρυνσης θεωρώντας ως t=0 τη στιγμή της κρούσης και θετική την φορά προς τα δεξιά.

η) Για την χρονική στιγμή $t=\frac{T}{12}$,όπου T η περίοδος ταλάντωσης αμέσως μετά την κρούση, να υπολογίσετε:

i) την στροφορμή του σώματος Σ κατά τον άξονα περιστροφής της ράβδου

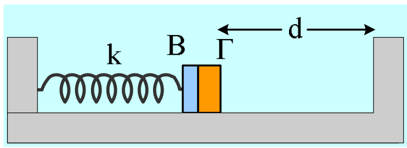
ii) τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ κατά τον άξονα περιστροφής της ράβδου

iii) τον ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ελατηρίου

θ) την τιμή του λόγου $\frac{m}{M}$, ώστε να μεταφερθεί στην ράβδο το 100% της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ πριν την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο Ο: $I_{(O)}=\frac{1}{3}ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

56) Ταλάντωση και δυο ελαστικές κρούσεις.



Τα σώματα Β και Γ, τα οποία θεωρούμε υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg ηρεμούν σε επαφή σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ το Β είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=400N/m, όπως στο σχήμα. Μετακινούμε τα σώματα προς τα αριστερά, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά 0,4m και τη στιγμή t_0=0, αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί.

i) Ποια η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσουν τα σώματα και ποιο το μέτρο της δύναμης που ασκεί το Β στο Γ σώμα;

ii) Ποια χρονική στιγμή τα δυο σώματα θα χάσουν την επαφή;

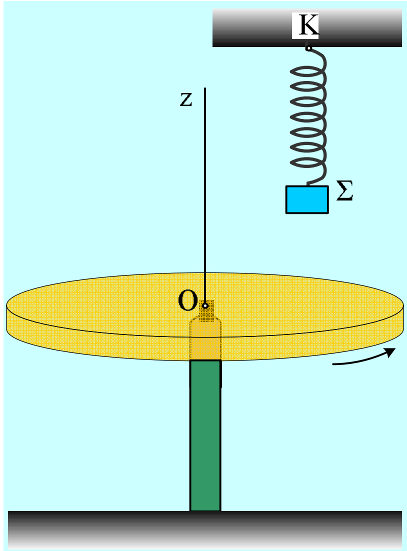
iii) Το σώμα Γ αφού συγκρουστεί ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο, ξανασυγκρούεται ελαστικά με το σώμα Α τη στιγμή t_2= 3π/20s. Ποια η αρχική απόσταση d του σώματος Γ από τον τοίχο;

iv) Να παρασταθεί γραφικά η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Β σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=π/5s.

57) Μια κρούση σώματος με οριζόντιο κυκλικό τραπέζι.

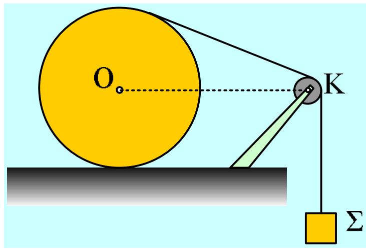
Ένα τραπέζι σχήματος δίσκου, μάζας M=19,5kg και ακτίνας R=0,4m στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα z, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, όπως στο διπλανό σχήμα, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Πάνω από το τραπέζι συγκρατείται ένα σώμα Σ, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=1kg, το οποίο είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m και φυσικού μήκους ℓ_0=0,2m. Το ελατήριο κρέμεται από σημείο Κ, το οποίο απέχει 0,3m από το τραπέζι, ο άξονάς του απέχει 0,2m από τον άξονα z και στη θέση αυτή έχει το φυσικό μήκος του. Αφήνουμε το σώμα τη στιγμή t_0=0, να κινηθεί και προσκολλάται στο τραπέζι. Αν αμέσως μετά την κρούση το σώμα Σ έχει ταχύτητα $υ_1$=0,6m/s, ζητούνται:

i) Η επιτάχυνση και η ταχύτητα του σώματος Σ, ελάχιστα πριν την κρούση.
ii) Η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ που οφείλεται στην πλαστική του κρούση με το τραπέζι. Ποια η αντίστοιχη μεταβολή της στροφορμής του ως προς (κατά) τον άξονα z;
iii) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του σώματος Σ, τη στιγμή που θα έχει εκτελέσει μισή περιστροφή.
iv) Η γωνία κατά την οποία στρέφεται το τραπέζι από τη στιγμή $t_0=0$, μέχρι τη στιγμή της κρούσης.



Δίνεται ότι παρόλη την κρούση το τραπέζι δεν παύει να στρέφεται γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα z χωρίς να «παλαντζάρει», η ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα z $I=\frac{1}{2}MR^2$ και $g=10m/s^2$.

58) Κίνηση κυλίνδρου σε λείο επίπεδο με χρήση αβαρούς τροχαλίας.

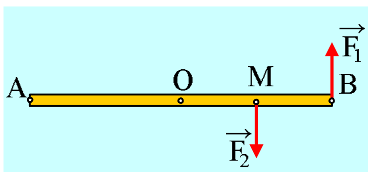


Γύρω από έναν κύλινδρο μάζας M=26,4kg και ακτίνας R=1m έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσει από μια αβαρή τροχαλία, στο άλλο του άκρο κρέμεται ένα σώμα Σ μάζας m=10/9 kg. Ο κύλινδρος συγκρατείται ακίνητος σε λείο οριζόντιο επίπεδο και το νήμα σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, όπου ημθ=0,6 (συνθ=0,8). Σε μια στιγμή αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Η τροχαλία έχει ακτίνα r=0,1m και το κέντρο της K απέχει 1m από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται και στο σχήμα.

i) Να εξηγείστε γιατί ο κύλινδρος θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση. Να εξετάσετε αν πρόκειται:
α) να ολισθήσει, β) να κυλήσει γ) να «σπινάρει»
ii) Να βρείτε μια σχέση που να συνδέει την αρχική επιτάχυνση του άξονα O του κυλίνδρου με την επιτάχυνση του σώματος Σ.
iii) Να υπολογίσετε την αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ.
iv) Να βρεθεί ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής:
α) Του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.
β) Του συστήματος κύλινδρος-σώμα Σ, ως προς το άξονα περιστροφής της τροχαλίας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=\frac{1}{2}MR^2$ και $g=10m/s^2$.

59) Μια σανίδα σε παγωμένη λίμνη.



Σε μια παγωμένη λίμνη ηρεμεί μια σανίδα μήκους ℓ=6m και μάζας 8kg. Σε μια στιγμή, t=0, ασκούμε πάνω της δυο οριζόντιες παράλληλες σταθερού μέτρου δυνάμεις $F_1=F_2=12\pi$ N, όπως στο σχήμα, όπου (MB)= 1,5m, οι οποίες παραμένουν συνεχώς κάθετες στη σανίδα.

i) Η σανίδα θα περιστραφεί οριζόντια γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος περνά από το:
α) Το άκρο A, β) Το μέσον της O, γ) Το μέσον της MB.

ii) Να βρείτε τις ταχύτητες (μέτρο και κατεύθυνση) του μέσου Ο και του άκρου Β τη στιγμή t_1=2s.

iii) Για τη στιγμή t_1 να βρεθούν:

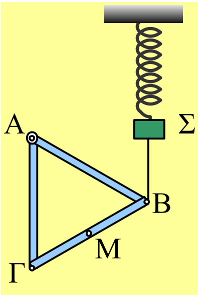
α) Η στροφορμή της σανίδας και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της, ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της Ο.

β) Η κινητική ενέργεια και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σανίδας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της

$I = \frac{1}{12}M\ell^2$.

60) Ακροβατώντας μεταξύ ενιαίου στερεού και ράβδων.



Διαθέτουμε τρεις όμοιες ομογενείς ράβδους μάζας m=3kg και μήκους ℓ=4/3m η καθεμιά. Τις ενώνουμε στα άκρα, σχηματίζοντας ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ (στερεό S). Το στερεό S, μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από την κορυφή Α, ισορροπεί δε σε θέση όπου η πλευρά ΑΓ είναι κατακόρυφη, δεμένο με κατακόρυφο νήμα στην κορυφή Β. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο στο υλικό σημείο Σ, το οποίο ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς k=100N/m, όπως στο σχήμα.

i) Να βρεθεί η τάση του νήματος μεταξύ της κορυφής Β και σώματος Σ.

Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα.

ii) Να υπολογίστε τη ροπή αδράνειας του στερεού S ως προς τον άξονα περιστροφής του.

iii) Να υπολογίστε τις αρχικές επιταχύνσεις της κορυφής Β και του μέσου Μ της πλευράς ΒΓ. Να σχεδιάστε στο σχήμα τις παραπάνω επιταχύνσεις.

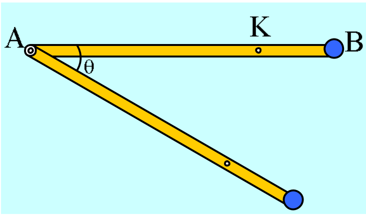
iv) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της στροφορμής των ράβδων ΑΓ και ΒΓ, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

v) Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του στερεού S.

vi) Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος Σ.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm} = \frac{1}{12}m\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

61) Και αν σπάσει ο άξονας;



Μια μη ομογενής ράβδος μήκους ℓ=4m και μάζας 6kg, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α. Στο άλλο άκρο της έχει δεθεί ένα σώμα Σ, που θεωρείται υλικό σημείο μάζας m=4kg. Έτσι έχουμε δημιουργήσει ένα στερεό S, με κέντρο μάζας Κ, όπου (ΚΒ)=1m. Φέρνουμε το στερεό σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα και σε μια στιγμή το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε η αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ είναι $α_0$=12m/s^2. Το στερεό δεν παρουσιάζει τριβές με τον άξονα, ενώ g=10m/s^2.

i) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του στερεού S, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μετά από λίγο, η ράβδος σχηματίζει γωνία θ=30° με την οριζόντια διεύθυνση. Για την θέση αυτή, να βρεθούν:

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού S

iii) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του στερεού S, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

iv) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής.

v) Στην παραπάνω θέση, σπάει ο άξονας περιστροφής, οπότε το στερεό πέφτει ελεύθερα και κτυπάει στο έδαφος με το άκρο του Β και με τη ράβδο κατακόρυφη, χωρίς να έχει ολοκληρώσει μια περιστροφή. Πόσο χρόνο διαρκεί η ελεύθερη πτώση του στερεού;