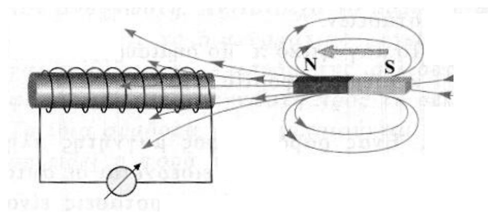
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2021

Θέμα 1ο

Να γράψετε στο φύλλο απαντήσεών σας τον αριθμό καθεμιάς από τις ακόλουθες ημιτελείς προτάσεις **1-4** και δίπλα της το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμά της.



A_1. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται ένας ραβδόμορφος μαγνήτης και ένα σωληνοειδές. Τα άκρα του σωληνοειδούς έχουν συνδεθεί με ένα αμπερόμετρο. Όταν ο αρχικά ακίνητος μαγνήτης του σχήματος αρχίζει να πλησιάζει προς το σωληνοειδές

α. δε μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το σωληνοειδές,
β. δεν εμφανίζεται ΗΕΔ από επαγωγή στο σωληνοειδές,
γ. το σωληνοειδές έλκεται από τον μαγνήτη,
δ. το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει το αμπερόμετρο δημιουργεί στο δεξιό άκρο του σωληνοειδούς βόρειο μαγνητικό πόλο.

(Μονάδες 5)

A_2. Δύο σώματα με διαφορετικές μάζες και ορμές ίσου μέτρου συγκρούονται πλαστικά και μετά την κρούση το συσσωμάτωμα που δημιουργείται παραμένει ακίνητο. Τα σώματα

α. πριν την κρούση κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις.

β. έχουν ταχύτητες ίσου μέτρου.

γ. έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

δ. πριν την κρούση κινούνται σε διευθύνσεις που σχηματίζουν γωνία $\hat{\theta}$ με $0 < \hat{\theta} < \frac{\pi}{2}\text{rad}$.

(Μονάδες 5)

A_3. Σώμα δέχεται δύναμη που αντιτίθεται στην κίνησή του της μορφής $F' = -bu$ και εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά σε συνάρτηση με τον χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$.

α. Η σταθερά b δεν εξαρτάται από το μέγεθος του σώματος.
β. Ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση δεν είναι σταθερός.
γ. Η σταθερά Λ δεν εξαρτάται από την σταθερά b.
δ. Όταν η σταθερά απόσβεσης b αυξάνεται, η περίοδος της ταλάντωσης αυξάνεται.

(Μονάδες 5)

A_4. Σ΄ έναν οριζόντιο σωλήνα μεταβλητής διατομής ρέει ιδανικό ρευστό με σταθερή παροχή. Όταν σε μια περιοχή του υγρού οι ρευματικές γραμμές πυκνώνουν, τότε:

α. η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται
β. η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση μειώνεται
γ. η ταχύτητα ροής μειώνεται και η πίεση μειώνεται
δ. η ταχύτητα ροής μειώνεται και η πίεση αυξάνεται.

(Μονάδες 5)

A_5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

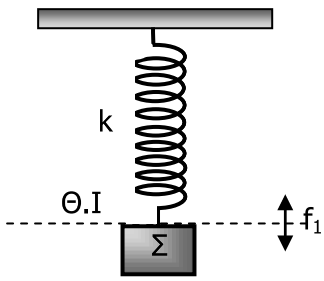
α. Σε κύκλωμα που περιλαμβάνει μόνον ωμικές αντιστάσεις και τροφοδοτείται από αρμονική εναλλασσόμενη τάση της μορφής $u = V\eta\mu\omega t$, η μέγιστη στιγμιαία ισχύς είναι διπλάσια από τη μέση ισχύ.

β. Ο ηλεκτρομαγνήτης μπορεί να ανυψώσει σώματα που το βάρος τους είναι μικρότερο της φέρουσας δύναμης.
γ. Σε ιδανικό ρευστό δύο ρευματικές γραμμές είναι δυνατόν να τέμνονται.
δ. Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων εξαρτάται από το σημείο ως προς το οποίο την υπολογίζουμε.
ε. Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων του ίδιου πλάτους, της ίδιας διεύθυνσης και της ίδιας θέσης ισορροπίας που έχουν κυκλικές συχνότητες $\omega_1 \approx \omega_2$, προκύπτει περιοδική κίνηση με κυκλική συχνότητα $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$.

(Μονάδες 5)

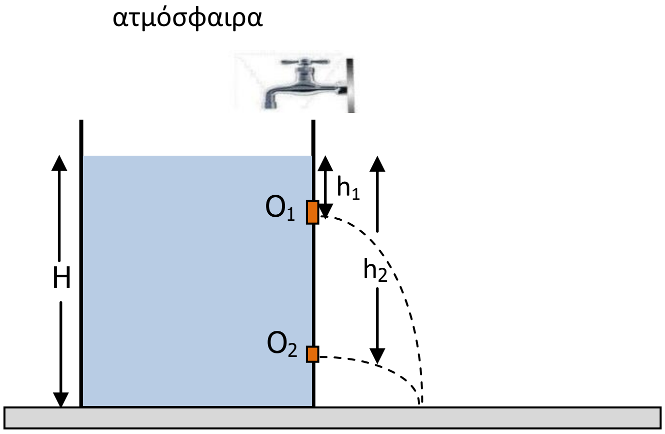
Θέμα 2ο

B₁. Το σώμα Σ μάζας m=1Kg του σχήματος έχει συνδεθεί στο κάτω άκρο του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\frac{N}{m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση περιόδου $T_1=\frac{\pi}{8}s$ με την επίδραση διεγέρτη. Μεταβάλλουμε τη συχνότητα του διεγέρτη και ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων του μέτρου της ταχύτητας του σώματος γίνεται ίσος με $\Delta t=\frac{\pi}{12}s$. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα



α. μειωθεί **β.** αυξηθεί **γ.** αυξηθεί αρχικά και στη συνέχεια θα μειωθεί. **(Μονάδες 2)**
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 6)**

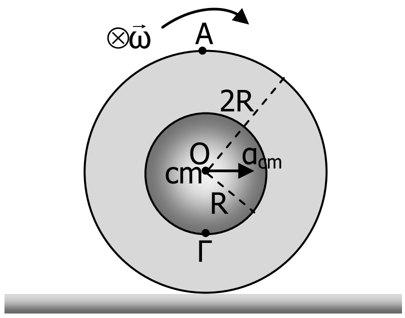
B₂. Το δοχείο του σχήματος περιέχει νερό που θεωρείται ιδανικό υγρό μέχρι ύψους H, είναι ανοικτό στην ατμόσφαιρα, βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο και εντός του κατακόρυφου βαρυτικού πεδίου έντασης μέτρου g. Στο πλευρικό τοίχωμα του δοχείου υπάρχουν δύο οπές O_1 και O_2 που απέχουν από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού αποστάσεις $h_1=\frac{H}{5}$ και h_2 αντίστοιχα, έχουν εμβαδόν διατομής A_1 και $A_2=\frac{A_1}{2}$ αντίστοιχα και είναι κλειστές. Όταν ανοίγουμε την μια από τις δύο οπές, ενώ η άλλη διατηρείται κλειστή, παρατηρούμε ότι η φλέβα νερού που δημιουργείται και στις δύο περιπτώσεις προσπίπτει στο δάπεδο στο ίδιο σημείο. Καθώς το νερό εκρέει από την οπή που ανοίγουμε κάθε φορά, η ελεύθερη επιφάνεια του νερού διατηρείται στο ίδιο ύψος H σε κάθε περίπτωση επειδή νερό από τη βρύση του σχήματος εισρέει στο δοχείο. Αν Π_1 και Π_2 είναι οι τιμές της παροχής του νερού που εκρέει από την βρύση , όταν ανοίγουμε την οπή O_1 και την οπή O_2 αντίστοιχα, ισχύει



α. $\frac{\Pi_1}{\Pi_2}=5$ **β.** $\frac{\Pi_1}{\Pi_2}=2$ **γ.** $\Pi_1=\Pi_2$ **(Μονάδες 2)**

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 7)**

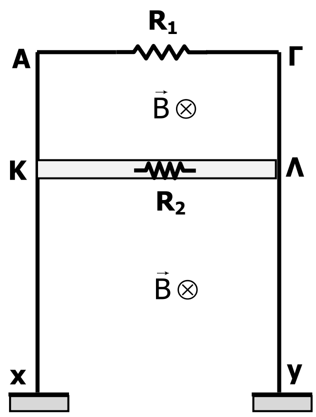
B_3. Στερεό σώμα που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους ακτίνων 2R και R κυλίεται χωρίς ολίσθηση πάνω σε οριζόντιο δάπεδο και η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του Ο έχει σταθερή τιμή a_{cm}. Η γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ του στερεού έχει τη φορά του σχήματος. Αν κάποια χρονική στιγμή το μέτρο της επιτάχυνσης του κατώτερου σημείου Γ του εσωτερικού κυλίνδρου είναι $a_Γ=a_{cm}$, το μέτρο της επιτάχυνσης του ανώτερου σημείου Α του εξωτερικού κυλίνδρου την ίδια χρονική στιγμή, είναι :



α. $a_A = a_{cm}\sqrt{7}$ **β.** $a_A = 2a_{cm}$ **γ.** $a_A = \dfrac{a_{cm}}{2}$ **(Μονάδες 2)**

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. **(Μονάδες 6)**

Θέμα 3ο



Δύο κατακόρυφα σύρματα Αx και Γy με μεγάλο μήκος έχουν αμελητέα αντίσταση και απέχουν απόσταση ℓ =1m.Τα άκρα των συρμάτων Α και Γ συνδέονται με αντιστάτη αντίστασης R_1=2Ω. Ένας ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μάζας m=0,5Kg και ωμικής αντίστασης R_2=1Ω μπορεί να κινείται κατακόρυφα, έχοντας τα άκρα του Κ και Λ πάνω στα σύρματα, ενώ κατά την κίνησή του παραμένει διαρκώς οριζόντιος. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β=0,5Τ και φοράς όπως αυτή του σχήματος. Τη χρονική στιγμή t=0 ο αγωγός αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a=6m/s^2$ με την επίδραση κατακόρυφης εξωτερικής δύναμης F και τριβών μέτρου T=1N.

$Γ_1$. Να γράψετε τη σχέση που δείχνει πως μεταβάλλεται η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο. **Μονάδες 3**

$Γ_2$. Να υπολογίσετε το φορτίο που διέρχεται από τον αγωγό ΚΛ από τη χρονική στιγμή t=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t=4s . **Μονάδες 4**

$Γ_3$. Να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν πως μεταβάλλεται η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός ΚΛ και η εξωτερική δύναμη F σε συνάρτηση με τον χρόνο και να τις απεικονίσετε στο ίδιο διάγραμμα για το χρονικό διάστημα μέχρι τη χρονική στιγμή t=4s. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη απόσταση που έχει διανύσει ο αγωγός ΚΛ, όταν οι αριθμητικές τιμές των δύο δυνάμεων γίνονται ίσες.
Για όλα τα διανυσματικά μεγέθη που σχετίζονται με την κίνηση του αγωγού ΚΛ θετική φορά είναι αυτή της κίνησης. **Μονάδες 6**

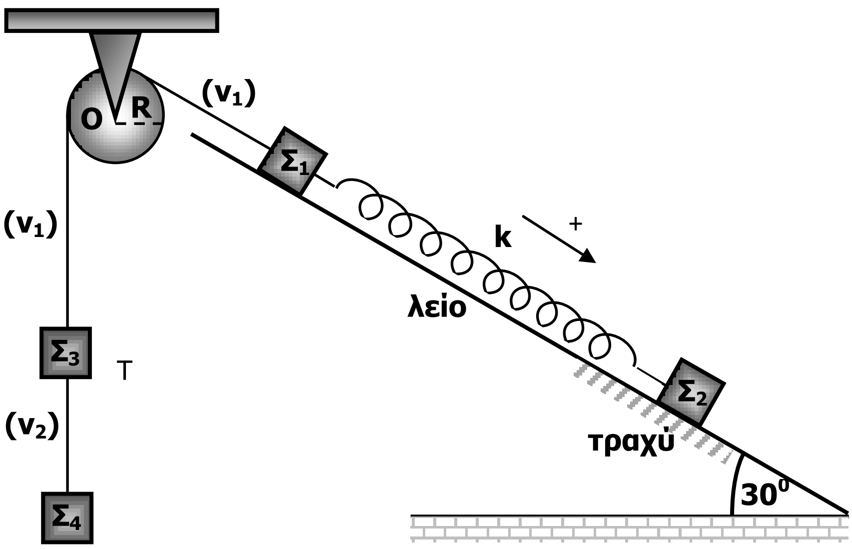
$Γ_4$. Καθώς ο αγωγός κινείται, κάποια χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του είναι 36 J/s. Για την ίδια χρονική στιγμή, να υπολογίσετε το ρυθμό ανάπτυξης θερμότητας στη διάταξη και το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας του αγωγού. **Μονάδες 6**

$Γ_5$. Τη χρονική στιγμή t=4s καταργείται η εξωτερική δύναμη. Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα που αποκτά ο αγωγός ΚΛ και τη διαφορά δυναμικού $V_{ΛΚ}$, όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται με την οριακή του ταχύτητα. **Μονάδες 6**

Δίνεται $g=10\ m/s^2$ και ότι ο αγωγός ΚΛ αποκτά οριακή ταχύτητα πριν φθάσει στα άκρα x και y των κατακόρυφων αγωγών.

Θέμα 4ο

Στο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^0$ ισορροπούν τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1=2Kg και m_2=8Kg αντίστοιχα συνδεδεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100 N/m.Το σώμα $Σ_1$ είναι συνδεμένο με αβαρές και μη ελαστικό νήμα ($ν_1$) το οποίο διέρχεται από την περιφέρεια ακλόνητα στερεωμένης τροχαλίας κέντρου Ο αμελητέας μάζας και ακτίνας R που μπορεί να στρέφεται γύρω από τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το Ο. Στο άλλο άκρο του νήματος ($ν_1$) είναι συνδεδεμένο σώμα $Σ_3$ μάζας m_3=1Kg το οποίο είναι συνδεδεμένο με αβαρές και μη ελαστικό νήμα ($ν_2$) με σώμα $Σ_4$ μάζας m_4=1Kg.Τα σώματα $Σ_3$, $Σ_4$ και η τροχαλία επίσης ισορροπούν. Το τμήμα του κεκλιμένου επιπέδου που βρίσκεται το σώμα $Σ_1$ είναι λείο , ενώ το τμήμα που βρίσκεται το σώμα $Σ_2$ είναι τραχύ και παρουσιάζει με αυτό συντελεστή στατικής οριακής τριβής, $μ_{στ,ορ}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.



Δ₁. Όταν όλα τα σώματα της διάταξης ισορροπούν, να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου και το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία. **Μονάδες 8**

Τη χρονική στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα ($ν_1$) και το σώμα $Σ_1$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά ταλάντωσης D=k και τροχιά στο λείο τμήμα του κεκλιμένου επιπέδου.

Δ₂. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο x(t), θεωρώντας ως θετική φορά την προς τα κάτω. **Μονάδες 5**

Δ₃. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που αρχίζει να ολισθαίνει το σώμα $Σ_2$. **Μονάδες 6**

Δ₄. Ποιά η ελάχιστη τιμή της μάζας m_2 του σώματος $Σ_2$ για την οποία αυτό δεν ολισθαίνει καθώς το σώμα $Σ_1$ εκτελεί την απλή αρμονική ταλάντωση; **Μονάδες 6**

Δίνονται $g=10m/s^2$, ημφ=$\frac{1}{2}$, συνφ=$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ξ. Στεργιάδης

Καλή τύχη
Διάρκεια εξέτασης 3h

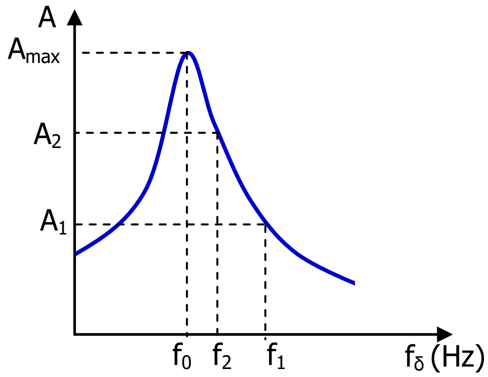
Απαντήσεις

Θέμα 1ο

A_1.δ A_2.α A_3.δ A_4.β A_5.α Σωστό β Σωστό γ Λάθος δ Λάθος ε. Λάθος

Θέμα 2ο

B_1.β



Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι: $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

$\Rightarrow f_0 = \frac{5}{\pi}Hz$ **(1)**

Η αρχική συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι αυτή του διεγέρτη: $f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{8}{\pi}Hz$ **(2)**

Το χρονικό διάστημα Δt αντιστοιχεί σε μισή περίοδο της νέας ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα μετά την αλλαγή της συχνότητας,

$\Delta t = \frac{T_2}{2} \Rightarrow T_2 = 2\Delta t \Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{6}$.Η νέα συχνότητα της ταλάντωσης είναι ή νέα συχνότητα του διεγέρτη: $f_2 = \frac{6}{\pi}Hz$ **(3).**

Από **(1), (2)** και **(3):** $f_0 < f_2 < f_1$ και από την καμπύλη συντονισμού: $A_2 > A_1$, δηλαδή το πλάτος της ταλάντωσης θα αυξηθεί.

B_2.γ

Όταν το νερό εκρέει από την οπή O_1, από το Θεώρημα Torricelli η ταχύτητα εκροής του είναι $\upsilon_1 = \sqrt{2gh_1}$ **(1)**

Η φλέβα νερού που δημιουργείται εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος $H-h_1$ και ο χρόνος κίνησης μιας στοιχειώδους ποσότητας νερού(στοιχείου ρευστού) είναι : $H-h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2(H-h_1)}{g}}$ **(2)**

Το βεληνεκές $s_{\beta1}$ της τροχιάς είναι : $s_{\beta1} = \upsilon_1 t_1 \underset{(2)}{\overset{(1)}{\Rightarrow}} s_{\beta1} = \sqrt{2gh_1}\sqrt{\frac{2(H-h_1)}{g}} \Rightarrow s_{\beta1} = 2\sqrt{(H-h_1)h_1}$ **(3)**

Αντίστοιχα, όταν το νερό εκρέει από την οπή O_2: $s_{\beta2} = 2\sqrt{(H-h_2)h_2}$ **(4)**

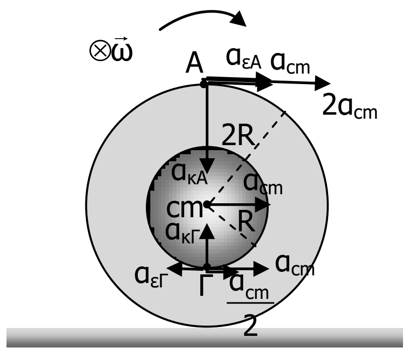
Αλλά, $s_{\beta1} = s_{\beta2} \underset{(4)}{\overset{(3)}{\Rightarrow}} 2\sqrt{(H-h_1)h_1} = 2\sqrt{(H-h_2)h_2} \Rightarrow H = h_1 + h_2 \overset{h_1=\frac{H}{5}}{\Rightarrow} h_2 = \frac{4H}{5}$ **(5)**

Η παροχή της βρύσης σε κάθε περίπτωση είναι ίση με την παροχή της οπής που είναι ανοικτή, ώστε να παραμένει διατηρείται η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο στο ίδιο ύψος. Το πηλίκο των παροχών της βρύσης στις δύο περιπτώσεις είναι:

$$\frac{\Pi_1}{\Pi_2}=\frac{A_1\upsilon_1}{A_2\upsilon_2}\overset{(1)}{\underset{(2)}{\Rightarrow}}\frac{\Pi_1}{\Pi_2}=\frac{A_1\sqrt{2gh_1}}{A_2\sqrt{2gh_2}}\overset{(H=\frac{H}{5})}{\underset{(5)}{\Rightarrow}}\frac{\Pi_1}{\Pi_2}=\frac{A_1\sqrt{\frac{H}{5}}}{\frac{A_1}{2}\sqrt{\frac{4H}{5}}}\Rightarrow \Pi_1=\Pi_2 .$$

B$_3$.α

Η κίνηση του στερεού σώματος μπορεί να θεωρηθεί ως επαλληλία μιας ομαλά επιταχυνόμενης μεταφορικής κίνησης και μιας ομαλά επιταχυνόμενης στροφικής γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του Ο.



Τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή το σημείο Γ έχει επιτάχυνση $\vec{\alpha}_\Gamma$ που προκύπτει ως το διανυσματικό άθροισμα της μεταφορικής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_{cm}$,της επιτρόχιας επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_{\varepsilon\Gamma}$ με την οποία εκτελεί την κυκλική του κίνηση και την κεντρομόλο επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\kappa\Gamma}$ που έχουν τις κατευθύνσεις του σχήματος:

$$\vec{\alpha}_\Gamma=\vec{\alpha}_{cm}+\vec{\alpha}_{\varepsilon\Gamma}+\vec{\alpha}_{\kappa\Gamma}\Rightarrow \alpha_\Gamma^2=(\alpha_{cm}-\alpha_{\varepsilon\Gamma})^2+\alpha_{\kappa\Gamma}^2\Rightarrow \alpha_\Gamma^2=(\alpha_{cm}-\alpha_{\gamma\omega\nu}R)^2+\alpha_{\kappa\Gamma}^2\overset{\alpha_\Gamma=\alpha_{cm}}{\Rightarrow}\alpha_{cm}^2=(\alpha_{cm}-\frac{\alpha_{cm}}{2R}R)^2+(\omega^2R)^2$$

$$\Rightarrow \omega^2R=\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_{cm}\quad \textbf{(1)}$$

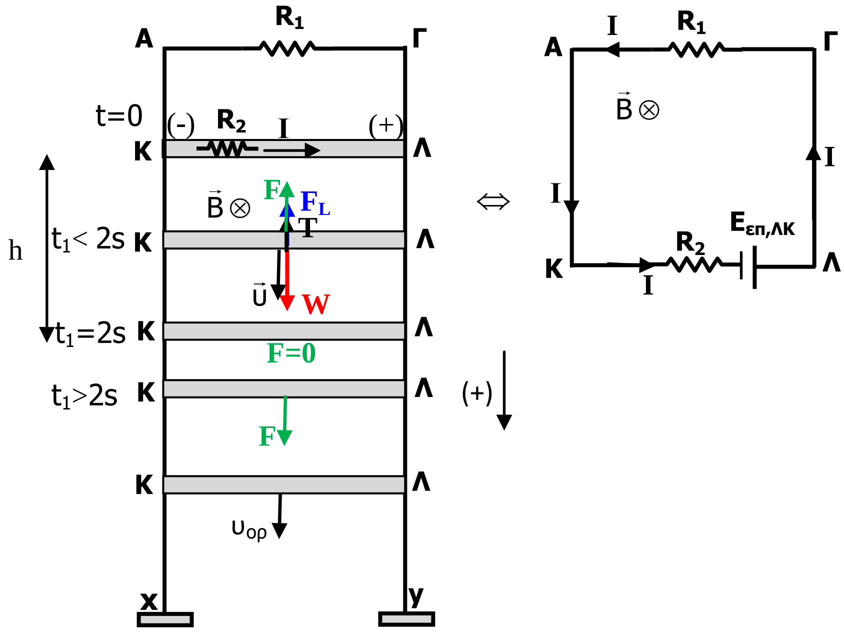
Αντίστοιχα, την ίδια χρονική στιγμή το σημείο Α έχει επιτάχυνση που προκύπτει ως το διανυσματικό άθροισμα των αντίστοιχων επιταχύνσεων που έχουν τις κατευθύνσεις του σχήματος:

$$\vec{\alpha}_A=\vec{\alpha}_{cm}+\vec{\alpha}_{\varepsilon A}+\vec{\alpha}_{\kappa A}\Rightarrow \alpha_A^2=(\alpha_{cm}+\alpha_{\varepsilon A})^2+\alpha_{\kappa A}^2\Rightarrow \alpha_A^2=(\alpha_{cm}+\alpha_{\gamma\omega\nu}2R)^2+\alpha_{\kappa A}^2$$

$$\Rightarrow \alpha_A^2=(\alpha_{cm}+\frac{\alpha_{cm}}{2R}2R)^2+(\omega^2 2R)^2\Rightarrow \alpha_A^2=(2\alpha_{cm})^2+4(\omega^2R)^2\overset{(1)}{\Rightarrow}\alpha_A^2=4\alpha_{cm}^2+4\frac{3\alpha_{cm}^2}{4}\Rightarrow \alpha_A=\alpha_{cm}\sqrt{7}.$$

Θέμα 3ο

Γ$_1$. Ο αγωγός ΚΛ καθώς κινείται προς τα κάτω εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο με αποτέλεσμα στα άκρα του να δημιουργείται ΗΕΔ από επαγωγή με τη πολικότητα που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το κύκλωμα ΛΓΑΚΛ διαρρέεται από ρεύμα έντασης Ι που έχει φορά από το Κ στο Λ και ο αγωγός ΚΛ δέχεται την επίδραση δύναμης Laplace που σε συμφωνία με τον κανόνα του Lenz έχει φορά προς τα πάνω.

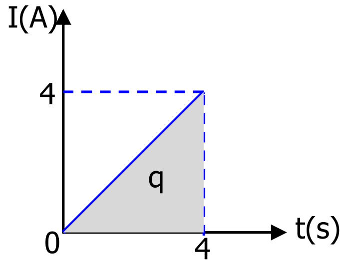


$$E_{\varepsilon\pi}=B\upsilon\ell\overset{\upsilon=\alpha t}{\Rightarrow}E_{\varepsilon\pi}=B\ell\alpha t\Rightarrow E_{\varepsilon\pi}=3t\quad \textbf{(1)}$$

Από το Ν.Ohm στο κύκλωμα ΛΓΑΚΛ:

$$I=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1+R_2}\overset{(1)}{\Rightarrow}I=\frac{3t}{2+1}\Rightarrow I=t\ (S.I)\ \textbf{(2)}$$

Γ₂. 1ος Τρόπος



Από τον ορισμό της έντασης του ρεύματος $\Delta q = I\Delta t$ και το διάγραμμα της έντασης ως προς το χρόνο, το φορτίο υπολογίζεται από το εμβαδόν του χωρίου (σκιασμένου τριγώνου) που περικλείεται από τη γραφική παράσταση και τους άξονες της έντασης και του χρόνου:

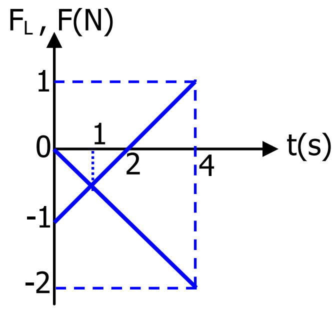
$$q = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4 \Rightarrow q = 8C.$$

2ος Τρόπος

Το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού ΚΛ μέχρι τη χρονική στιγμή t=4s υπολογίζεται από τον τύπο του Neumann: $q=\dfrac{\Delta\Phi}{R_1+R_2} \Rightarrow q=\dfrac{\Delta(BS)}{R_1+R_2} \Rightarrow q=\dfrac{\Delta(BS)}{R_1+R_2} \Rightarrow q=\dfrac{Bh\ell}{R_1+R_2}$

$$\Rightarrow q=\frac{B\frac{1}{2}at^2\ell}{R_1+R_2} \Rightarrow q=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 4^2\cdot 1}{2+1} \Rightarrow q= 8C.$$

Γ₃. Σύμφωνα με τη θετική φορά, που είναι αυτή της φοράς κίνησης του αγωγού ΚΛ, η αριθμητική τιμή της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός ΚΛ είναι $F_L=-BI\ell \overset{(2)}{\Rightarrow} F_L=-0{,}5t$ (S.I) **(3)**



Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση του αγωγού ΚΛ υπολογίζουμε την αριθμητική τιμή της δύναμης F:

$$\Sigma F=ma \overset{\downarrow +}{\Rightarrow} W - |F_L| - T + F = ma \Rightarrow F = ma + |F_L| + T - mg \overset{(3)}{\Rightarrow}$$

$$F = 0{,}5t-1 \text{ (S.I)} \quad \textbf{(4)}$$

Οι γραφικές παραστάσεις των F_L και F σε συνάρτηση με το χρόνο σε κοινούς άξονες απεικονίζονται στο διπλανό διάγραμμα:

Όταν οι αριθμητικές τιμές των F_L και F είναι ίσες, F_L=F από **(3)** και **(4)**:

$$-0{,}5t_1=0{,}5t_1-1 \Rightarrow t_1=1s \quad \textbf{(5)}$$

Η κατακόρυφη απόσταση που έχει διανύσει ο αγωγός ΚΛ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι :

$$h=\frac{1}{2}at_1^2 \overset{(5)}{\Rightarrow} h=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 1^2 \Rightarrow h=3m.$$

Γ₄. Από το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ για τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή:

$$\frac{\Delta K}{\Delta t}=\Sigma F u \Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta t}=mau \Rightarrow 36\frac{J}{s}=0{,}5Kg\cdot 6\frac{m}{s^2}\cdot u \Rightarrow u=12\frac{m}{s} \quad \textbf{(6)}$$

$$u=at \overset{(6)}{\Rightarrow} t=2s \quad \textbf{(7)}. \text{ Από } \textbf{(2)} \overset{(6)}{\Rightarrow} I=2A \quad \textbf{(8)}$$

Ο ρυθμός ανάπτυξης θερμότητας είναι ίσος με το άθροισμα του ρυθμού ανάπτυξης θερμότητας λόγω φαινομένου Joule στις αντιστάσεις R_1 και R_2 και του ρυθμού ανάπτυξης θερμότητας λόγω των τριβών μεταξύ του αγωγού ΚΛ και των κατακόρυφων αγωγών Αx και Γy:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=I^2(R_1+R_2)+Tu \underset{(8)}{\overset{(6)}{\Rightarrow}} \frac{\Delta Q}{\Delta t}=12\frac{J}{s}+12\frac{J}{s} \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t}=24\frac{J}{s}.$$

Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή t=2s είναι:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t}=-\frac{\Delta W}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta U}{\Delta t}=-mgu \overset{(6)}{\Rightarrow} \frac{\Delta U}{\Delta t}=-60\frac{J}{s}$$

Σχόλιο

Τη χρονική στιγμή t=2s από την **(4)** :F=0, επομένως η ισχύς της εξωτερικής δύναμης είναι $P_F=\dfrac{\Delta W_F}{\Delta t}=0$ και η αρχή διατήρησης της ισχύος πράγματι δίνει: $\left|\dfrac{\Delta U}{\Delta t}\right|=\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}+\dfrac{\Delta K}{\Delta t}\Rightarrow 60\dfrac{J}{s}=24\dfrac{J}{s}+36\dfrac{J}{s}$.

Γ₅. Μετά την κατάργηση της δύναμης F τη χρονική στιγμή t=4s, ο αγωγός ΚΛ κινείται με την επίδραση του βάρους W=mg=5N, των τριβών ολίσθησης T=-1N και της δύναμης Laplace F_L, η οποία όσο ο αγωγός επιταχύνεται, αυξάνεται κατά μέτρο, άρα από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής :

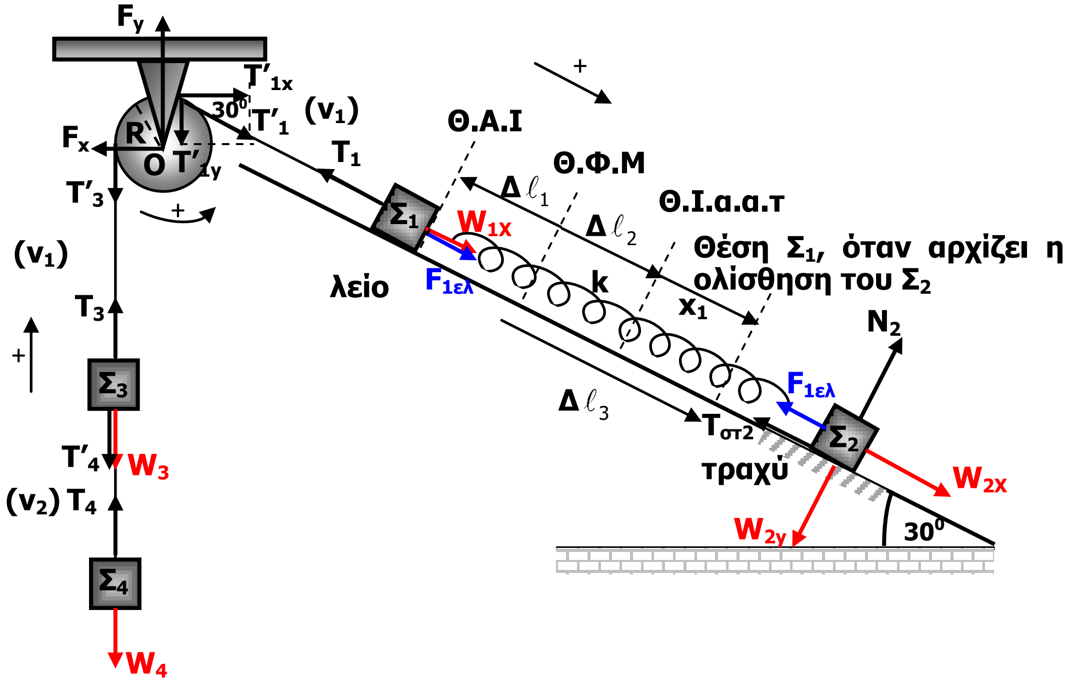
$$\Sigma F=m\alpha \overset{\downarrow +}{\Rightarrow} W-F_L-T=m\alpha \Rightarrow mg-BI\ell-T=m\alpha \Rightarrow mg-B\frac{B\upsilon\ell}{R_1+R_2}\ell-T=m\alpha \Rightarrow$$

$\alpha=g-\dfrac{B^2\ell^2\upsilon}{m(R_1+R_2)}-\dfrac{T}{m}$. Η ταχύτητα παίρνει την τελική (οριακή)της τιμή, όταν α=0.Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι: $\dfrac{B^2\ell^2\upsilon_{op}}{m(R_1+R_2)}=g-\dfrac{T}{m}\Rightarrow \upsilon_{op}=\dfrac{(mg-T)(R_1+R_2)}{B^2\ell^2}\Rightarrow \upsilon_{op}=48\dfrac{m}{s}$ **(9)**.

Η διαφορά δυναμικού $V_{ΛΚ}$, όταν η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ είναι οριακή είναι:

$V_{ΛΚ}=I_{op}R_1\Rightarrow V_{ΛΚ}=\dfrac{B\upsilon_{op}\ell}{R_1+R_2}R_1\overset{(9)}{\Rightarrow} V_{ΛΚ}=16V.$

Θέμα 4ο



Δ₁. Από τις συνθήκες ισορροπίας των επόμενων σωμάτων, τις σημειωθείσες θετικές φορές του σχήματος και επειδή τα νήματα (ν_1) και (ν_2) είναι αβαρή:

Σ_4: $T_4-W_4=0\Rightarrow T_4=W_4$ **(1)**

Σ_3: $T_3-T'_4-W_3=0\Rightarrow T_3=T'_4+W_3$ **(2)**

τροχαλία: $T'_3R-T'_1R=0\Rightarrow T'_1=T'_3$ **(3)**

Σ_1: $\Sigma F_x=0\Rightarrow W_{1x}+F_{ελ,1}-T_1=0\Rightarrow m_1g\eta\mu30^0+k\Delta\ell_1=T_1$ **(4)**

Αθροίζουμε κατά μέλη τις σχέσεις **(1), (2), (3)** και **(4)** :

$m_1g\eta\mu30^0+K\Delta\ell_1 + T'_1+T_3 + T_4= T_1+ T'_3+ T'_4+ W_3 + W_4$, επειδή τα νήματα (N_1) και (N_2) είναι αβαρή: $T_1= T'_1$, $T_3= T'_3$, $T_4= T'_4$ και η τελευταία σχέση γράφεται: $m_1g\eta\mu30^0+k\Delta\ell_1= W_3 + W_4 \Rightarrow$

$k\Delta\ell_1=m_3g+m_4g- m_1g\eta\mu30^0 \Rightarrow \Delta\ell_1= \dfrac{m_3g+m_4g-m_1g\eta\mu30^0}{k} \Rightarrow \Delta\ell_1=0{,}1m.$ **(5)**

Από τις συνθήκες μεταφορικής ισορροπίας της τροχαλίας:

$\Sigma F_x=0 \Rightarrow T'_{1x}=F_x \Rightarrow T'_1\sigma\upsilon\nu30^0= F_x \underset{(5)}{\overset{(4)}{\Rightarrow}} F_x=10\sqrt{3}\,N$ **(6)**

$\Sigma F_y=0 \Rightarrow F_y - T'_3-T'_{1y}=0 \Rightarrow F_y = T_3+ T'_1\eta\mu30^0 \overset{(3)}{\Rightarrow} F_y= F_y = T_1+ T_1\eta\mu30^0 \underset{(5)}{\overset{(4)}{\Rightarrow}} F_y =30N$ **(7)**

$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}=\sqrt{300+900} \underset{(7)}{\overset{(6)}{\Rightarrow}} F=20\sqrt{3}\,N.$

2ος τρόπος

Από την ισορροπία της τροχαλίας και επειδή οι φορείς των $\vec{T}'_1$ και $\vec{T}'_3$ σχηματίζουν γωνία 60^0

$\vec{F}+\vec{T}'_1+\vec{T}'_3=0 \Rightarrow \vec{F}=-(\vec{T}'_1+\vec{T}'_3) \underset{T'_3=T_3}{\overset{T'_1=T_1}{\Rightarrow}} F=\sqrt{T_1^2+T_3^2+2T_1T_3\sigma\upsilon\nu60^0} \overset{(3)}{\Rightarrow} F=\sqrt{3T_1^2} \Rightarrow F=T_1\sqrt{3} \underset{(5)}{\overset{(4)}{\Rightarrow}} F=20\sqrt{3}\,N.$

Δ2. Το σώμα Σ_1 αρχίζει την ταλάντωσή του από τη θέση αρχικής ισορροπίας (Θ.Α.Ι) του σχήματος χωρίς ταχύτητα, άρα η θέση αυτή είναι ακραία θέση της α.α.τ .Η θέση ισορροπίας της α.α.τ (Θ.Ι.α.α.τ) , όπως φαίνεται στο σχήμα απέχει από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου $\Delta\ell_2$, από τη συνθήκη ισορροπίας : $\Sigma F_{1x}=0 \Rightarrow m_1g\eta\mu30^0-k\Delta\ell_2=0 \Rightarrow \Delta\ell_2= \dfrac{m_1g\eta\mu30^0}{k} \Rightarrow \Delta\ell_2=0{,}1m.$ **(8)**

Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 είναι $A= \Delta\ell_1+ \Delta\ell_2 \underset{(8)}{\overset{(5)}{\Rightarrow}} A=0{,}2m.$ **(9)**

Η κυκλική συχνότητα είναι : $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m_1}} \Rightarrow \omega=5\sqrt{2}\,\dfrac{rad}{s}$. **(10)**

Η ταλάντωση αρχίζει (t=0) από τη θέση x=-A , άρα η αρχική της φάση είναι $\varphi_0= \dfrac{3\pi}{2}rad$.**(11)**

Από τις **(9), (10), (11)** η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$x=0{,}2\eta\mu(5\sqrt{2}\,t+\frac{3\pi}{2})\ (S.I)\ \textbf{(12)}$$

Δ3. Η ολίσθηση του Σ_2 αρχίζει , όταν $T_{\sigma\tau2}=T_{\sigma\tau2,o\rho} \Rightarrow T_{\sigma\tau2}=\mu_{\sigma\tau,o\rho}N_2 \underset{W_{2y}=m_2g\sigma\upsilon\nu30^0}{\overset{N_2=W_{2y}}{\Rightarrow}} T_{\sigma\tau2}=60N.$ **(13)**

Όταν το σώμα Σ_2 βρίσκεται πάνω από τη Θ.Ι.α.α.τ το ελατήριο μπορεί να είναι επιμηκυμένο ή συσπειρωμένο.

Όταν είναι επιμηκυμένο, η $F_{\varepsilon\lambda}$ είναι αντίθετης φοράς από την W_{2x} :

$\Sigma F_{2x}=0 \Rightarrow T_{\sigma\tau2}= m_2g\eta\mu30^0-F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow T_{\sigma\tau2,max}= m_2g\eta\mu30^0=40N< T_{\sigma\tau2,o\rho}=60N.$

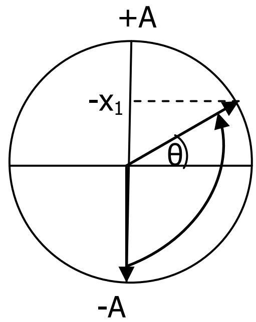
Όταν είναι συσπειρωμένο, η $F_{\varepsilon\lambda}$ είναι ίδιας φοράς από την W_{2x} :

$\Sigma F_{2x}=0 \Rightarrow T_{\sigma\tau2}= m_2g\eta\mu30^0+F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow T_{\sigma\tau2,max}= m_2g\eta\mu30^0+k\Delta\ell_2 \overset{(8)}{\Rightarrow} T_{\sigma\tau2,max}= 50N< T_{\sigma\tau2,o\rho}=60N.$

Επομένως, το σώμα Σ_2 δεν μπορεί να αρχίσει να ολισθαίνει , όταν το σώμα Σ_1 βρίσκεται πάνω από τη Θ.Ι.α.α.τ. Η ολίσθηση θα αρχίσει , όταν το σώμα Σ_1 βρίσκεται κάτω από τη Θ.Ι.α.α.τ, δηλαδή , όταν το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell_3$ και τότε: $\Sigma F_{2x}=0 \Rightarrow m_2g\eta\mu30^0+ k\Delta\ell_3=T_{\sigma\tau2,o\rho} \overset{(13)}{\Rightarrow}$

$\Delta\ell_3=0{,}2m.$ **(14)**

Η απομάκρυνση τότε του σώματος $Σ_1$ από τη Θ.Ι.α.α.τ είναι $x_1 = Δ\ell_3 - Δ\ell_2 \overset{(8)}{\underset{(14)}{\Rightarrow}}$ $x_1=0,1m$.



Απεικονίζουμε την α.α.τ που εκτελεί το σώμα $Σ_1$ ως την κίνηση που εκτελεί η προβολή στην κατακόρυφη διάμετρο του κύκλου του διπλανού σχήματος η προβολή του άκρου ενός περιστρεφόμενου διανύσματος μήκους A:

$$ημθ=\frac{x_1}{A} \Rightarrow ημθ=\frac{1}{2} \Rightarrow θ=\frac{π}{6}\,\text{rad}.$$

Η ζητουμένη χρονική στιγμή είναι: $t=\dfrac{\frac{π}{2}+\frac{π}{6}}{ω} \overset{(10)}{\Rightarrow} t=\dfrac{π\sqrt{2}}{15}\,s$.

Σχόλιο 2

Όταν το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται πάνω από τη Θ.Ι.α.α.τ και το ελατήριο είναι συσπειρωμένο, η $F_{ελ}$ είναι ίδιας φοράς με την W_{2x} και η μέγιστη τιμή της $T_{στ2}$ τότε, είναι $T_{στ2,max}= 50N$.
Άρα η συνθήκη $T_{στ2,max} =50N< T_{στ2,ορ}=60N$ είναι ισχυρότερη.
Η επιλογή να παρουσιαστεί με αυτό τον τρόπο η απάντηση του ερωτήματος σχετίζεται με την άποψη – πρόταση, ότι, έτσι φαίνεται ο ρόλος της δύναμης του ελατηρίου σε σχέση με τη φορά της $T_{στ2}$.Διαφορετικά:

2^{ος} τρόπος

Η ολίσθηση του σώματος $Σ_2$ αρχίζει, όταν $T_{στ2}=\left|T_{στ2,ορ}\right| \Rightarrow m_2gημ30^0+F_{ελ} =\left|T_{στ2,ορ}\right| \Rightarrow$

$F_{ελ} =\left|T_{στ2,ορ}\right| - m_2gημ30^0$ η σχέση αυτή δίνει την αριθμητική (αλγεβρική) τιμή της $F_{ελ}$:

$$kΔ\ell_3=\pm 60-40:$$

$100\ Δ\ell_3=-100 \Rightarrow Δ\ell_3=-1m$ που απορρίπτεται διότι η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $Δ\ell_1= 0,1m$ ή

$100\ Δ\ell_3=20 \Rightarrow\ Δ\ell_3=0,2m$ που αντιστοιχεί στη θέση που ζητείται , όπου το ελατήριο είναι συσπειρωμένο.

Δ4. Για να μην ολισθαίνει το σώμα $Σ_2$ καθώς το σώμα $Σ_1$ διαγράφει όλη την τροχιά της ταλάντωσης του θα πρέπει η συνθήκη :$T_{στ2,max} \leq T_{στ2,ορ}$ να ικανοποιείται ακόμα και όταν η $T_{στ2}$ παίρνει τη μέγιστη τιμή της η οποία σύμφωνα με την ανάλυση στο προηγούμενο ερώτημα θα αντιστοιχεί στη θέση όπου το $Σ_1$ βρίσκεται στη θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης (x=+A) και το ελατήριο στην κατάσταση μέγιστης συσπείρωσής του, τότε $Δ\ell'_3= Δ\ell_1+A \overset{(5)}{\underset{(9)}{\Rightarrow}} Δ\ell'_3=0,3m$ **(15)** και από την **(14)** :

$m_2gημ30^0+ k\,Δ\ell'_3=T_{στ2,max}$ και από την προηγούμενη συνθήκη : $m_2gημ30^0+ k\,Δ\ell'_3 \leq μ_{στ,ορ}N_2 \Rightarrow$

$m_2gημ30^0+ k\,Δ\ell'_3 \leq μ_{στ,ορ}\, m_2gσυν30^0 \Rightarrow μ_{στ,ορ}\, m_2gσυν30^0 - m_2gημ30 \geq k\,Δ\ell'_3$

$$\Rightarrow m_2 \geq \frac{kΔ\ell'_3}{μ_{στ,ορ2}gσυν30^0 - gημ30^0} \overset{(15)}{\Rightarrow} m_2 \geq 12kg$$

$$\Rightarrow m_{2min}=12kg.$$

Γενικά σχόλια

Το διαγώνισμα αυτό είχε ως στόχο , εκτός από το εξετάσει την διδαχθείσα ύλη στην παρούσα δύσκολη συγκυρία , να επισημάνει κάποια θέματα που η εμπειρία έχει δείξει ότι αποτελούν αιτίες λαθών.

Ο αναγνώστης ίσως θα πρόσεξε, ότι υπήρξε μια προσπάθεια για την ανάδειξη του ρόλου των αριθμητικών (αλγεβρικών) τιμών και τη σωστή χρήση τους, όπου αυτό επιβάλλεται. Πιο συγκεκριμένα, στο ερώτημα **Γ$_3$** η σωστή απεικόνιση των αριθμητικών τιμών των δυνάμεων στο κοινό διάγραμμα σχετίζεται με την επίλυση του ερωτήματος που ακολουθεί, αλλιώς οδηγούμαστε στο παράλογο να ζητείται σημείο τομής δύο ευθειών που δεν τέμνονται. Ανάλογα στο ερώτημα **Δ$_3$** η εξάρτηση της φοράς της $T_{στ2}$ από την φορά της $F_{ελ}$, δηλαδή της αριθμητικής (αλγεβρικής) τιμής της $F_{ελ}$ σχετίζεται με την εύρεση της θέσης του σώματος $Σ_1$, όταν αρχίζει η ολίσθηση του $Σ_2$.
Τέλος, στο ερώτημα **Γ$_5$** η αλλαγή της τιμής της F_L , όταν καταργείται η εξωτερική δύναμη F και στο ερώτημα **Δ$_4$** η αλλαγή της τιμής της $T_{στ2,ορ}$, όταν η τιμή της μάζας m_2 ζητείται, υπενθυμίζουν ότι , όταν αλλάζουν κάποιες παράμετροι μιας κίνησης ή οι προϋποθέσεις για την ισορροπία ενός σώματος δεν μπορούμε να χρησιμοποιούμε τιμές παραμέτρων του προβλήματος από την προηγούμενη κατάσταση.

Με τις καλύτερες ευχές σ' όλα τα παιδιά που εργάστηκαν σ' αυτή τη δύσκολη συγκυρία.

Ξ.Στεργιάδης