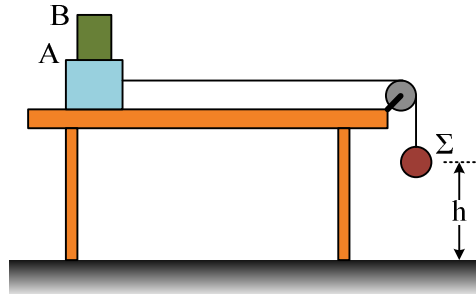


Ένα σύστημα σωμάτων και η τριβή.

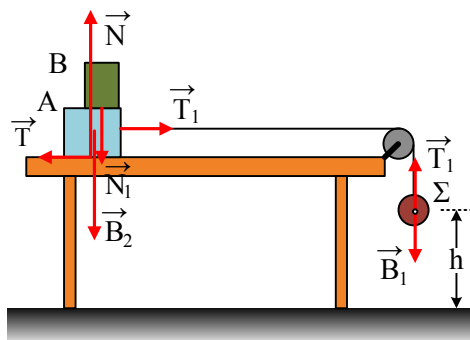
Δίνεται το σύστημα των σωμάτων A, B και Σ, όπου το σώμα A, μάζας $M=1,5\text{kg}$, συνδέεται με αβαρές νήμα, μέσω αβαρούς τροχαλίας με το σώμα Σ, μάζας $m=0,5\text{kg}$. Τα σώματα ηρεμούν.



- Να αποδείξετε ότι το σώμα A δεν δέχεται δύναμη τριβής από το σώμα B.
- Να βρεθεί το μέτρο της τριβής που ασκείται στο A σώμα από το τραπέζι.
- Σε μια στιγμή αφαιρούμε το σώμα B, οπότε το σώμα Σ πέφτει και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα $v_1=0,8\text{m/s}$, όπου και σταματά. Αν αρχικά το Σ βρισκόταν σε ύψος $h=0,32\text{m}$ από το έδαφος, να βρεθούν:
 - Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος A και του τραπεζιού.
 - Η συνολική απόσταση που διανύει το A σώμα πάνω στο τραπέζι μέχρι να σταματήσει.
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- Το σώμα B δεν δέχεται τριβή από το σώμα A. Γιατί; Αν υποθέσουμε ότι ασκείτο πάνω του τριβή, οριζόντια δύναμη, τότε θα αποκτούσε και οριζόντια επιτάχυνση ($T=m_B \cdot a$), πράγμα που δεν συμβαίνει, αφού το σώμα ισορροπεί. Αλλά αν δεν δέχεται τριβή το σώμα B από το A, δεν ασκεί και αντίδραση στο A σώμα.
- Στο παρακάτω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στα σώματα A και Σ.



Το σώμα Σ ισορροπεί, άρα $T_1=B_1=mg=5\text{N}$, όπου T_1 η τάση του νήματος. Αλλά και το σώμα A ισορροπεί, συνεπώς στην οριζόντια διεύθυνση $T_1-T=0$ ή $T=T_1=5\text{N}$, όπου T η στατική τριβή που ασκεί το τραπέζι στο A σώμα.

- Οι δυνάμεις που ασκούνται τώρα στα σώματα A και Σ, είναι όπως στο παραπάνω σχήμα (ξεχάστε την N_1 που ασκούσε το σώμα B), αλλά η τάση του νήματος T_1 και η τριβή με διαφορετικά μέτρα.

Για το σώμα Σ ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα δίνει $\Sigma F=m \cdot a$ ή $mg-T_1=m \cdot a$ (1)

Για το σώμα Α: $\Sigma F = M \cdot a$ ή $T_1 - T = M \cdot a$ (2)

Προσέξτε δύο σημεία: Τα δυο σώματα συνδέονται με νήμα, οπότε κινούνται μαζί έχοντας την ίδια επιτάχυνση, ενώ το νήμα ασκεί ίσου μέτρου δυνάμεις στα δυο σώματα, όπου στο σχήμα έχουν σημειωθεί με το ίδιο σύμβολο T_1 (η τάση του νήματος).

Με πρόσθεση των (1) και (2) κατά μέλη παίρνουμε:

$$mg - T = (M + m) \cdot a \quad (3)$$

Η παραπάνω εξίσωση μας λέει ότι τα σώματα κινούνται με σταθερή επιτάχυνση εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{και} \quad v = a \cdot t$$

Με απαλοιφή του χρόνου από τις δύο παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \left(\frac{v}{a} \right)^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2\Delta x} \xrightarrow{\Delta x = h} a = \frac{v^2}{2h}$$

Με αντικατάσταση $a = \frac{v^2}{2h} = \frac{0,8^2}{2 \cdot 0,32} \text{ m/s}^2 = 1 \text{ m/s}^2$

α) Επανερχόμενοι στην σχέση (3) βρίσκουμε $mg - T = (M + m) \cdot a$ ή

$$T = mg - (M + m)a = 5\text{N} - (1,5 + 0,5)1\text{N} = 3\text{N}$$

$$\text{Συνεπώς} \quad \mu = \frac{T}{N} = \frac{T}{Mg} = \frac{3\text{N}}{15\text{N}} = 0,2$$

αφού στην κατακόρυφη διεύθυνση το σώμα ισορροπεί οπότε $N = B_2 = Mg$.

β) Το σώμα Α διανύει 0,32m μέχρι τη στιγμή που φτάνει το Σ στο έδαφος, έχοντας και αυτό αποκτήσει ταχύτητα $v_2 = 0,8 \text{ m/s}$. Από τη στιγμή αυτή και μετά, το νήμα χαλαρώνει, οπότε το σώμα κινείται με την επίδραση μόνο της τριβής ολίσθησης, οπότε αποκτά επιτάχυνση $a_2 = \frac{T}{M} = \frac{-3}{1,5} \text{ m/s}^2 = -2 \text{ m/s}^2$ και ισχύουν:

$$v = v_2 + a_2 t \quad (4) \quad \text{και} \quad \Delta x_2 = v_2 t + \frac{1}{2} a_2 t^2 \quad (5)$$

όπου t το χρονικό διάστημα κίνησης. Τη στιγμή που θα σταματήσει $v = 0$ και η (4) δίνει:

$$t = \frac{v_2}{a_2} = \frac{0,8}{2} \text{ s} = 0,4 \text{ s}$$

$$\text{και η (5) δίνει:} \quad \Delta x_2 = v_2 t + \frac{1}{2} a_2 t^2 = 0,8 \cdot 0,4 \text{ m} + \frac{1}{2} (-2) \cdot 0,4^2 \text{ m} = 0,16 \text{ m}$$

Έτσι η συνολική απόσταση που διανύει το Α σώμα πάνω στο τραπέζι είναι:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 0,32 \text{ m} + 0,16 \text{ m} = 0,48 \text{ m}.$$

dmargaris@sch.gr