ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΡΟΥΣΕΙΣ-ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ-ΚΥΜΑΤΑ-ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ
18 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2026

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις Α$_1$–Α$_4$, να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

Α1. Η κρούση δυο σωματιδίων στον μικρόκοσμο:

α. διαρκεί περισσότερο χρόνο από μια κρούση στον μακρόκοσμο.
β. γίνεται μόνο με επαφή των σωματιδίων.
γ. είναι αλληλεπίδραση στην οποία οι δυνάμεις μεταξύ των σωματιδίων δεν είναι ισχυρές, αφού διαρκεί μεγάλο χρονικό διάστημα.
δ. στη σύγχρονη φυσική ονομάζεται και σκέδαση.

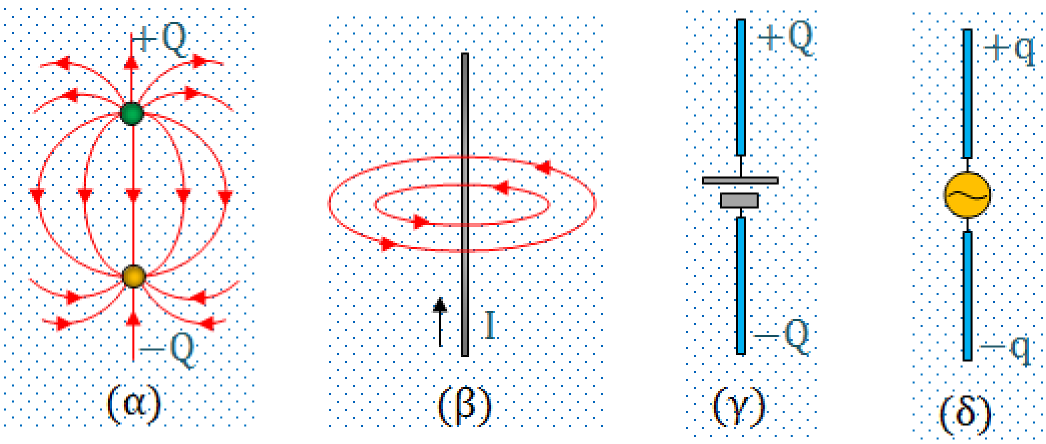
Μονάδες 5

Α2. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση που το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:

α. η περίοδος για μια τιμή της σταθεράς απόσβεσης διατηρείται σταθερή αλλά εξαρτάται από το πλάτος.
β. όταν η σταθερά απόσβεσης αυξάνεται το πλάτος μειώνεται πιο αργά.
γ. όταν η σταθερά απόσβεσης είναι πολύ μεγάλη η κίνηση συνεχίζει να είναι περιοδική.
δ. όταν η σταθερά απόσβεσης είναι μηδέν η ταλάντωση είναι αμείωτη.

Μονάδες 5

Α3. Παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων έχουμε με τη διάταξη:



Μονάδες 5

Α4. Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις θα πρέπει για τη συνισταμένη τους $\Sigma\vec{F}$ και τη συνισταμένη των ροπών τους $\Sigma\vec{\tau}$ ως προς οποιοδήποτε σημείο να ισχύει:

α. $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ και $\Sigma\vec{\tau} = \vec{0}$
β. $\Sigma\vec{F} \neq \vec{0}$ και $\Sigma\vec{\tau} = \vec{0}$

γ. $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ και $\Sigma\vec{\tau} \neq \vec{0}$
δ. $\Sigma\vec{F} \neq \vec{0}$ και $\Sigma\vec{\tau} \neq \vec{0}$

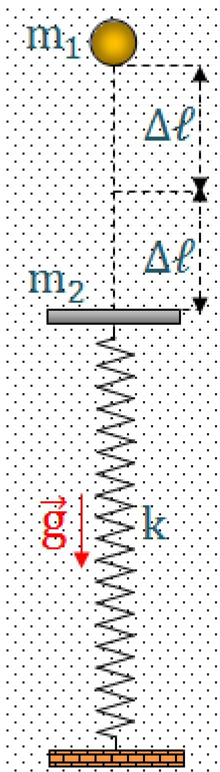
Μονάδες 5

Α5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Οι ελεύθερες ταλαντώσεις γίνονται με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος ενώ οι εξαναγκασμένες με τη συχνότητα του διεγέρτη.
β. Το ορατό φως παράγεται από ανακατανομή των ηλεκτρονίων στα άτομα και στα μόρια.
γ. Ένα υλικό σημείο εκτελεί μόνο στροφική κίνηση.
δ. Σε κάθε κρούση έχουμε διατήρηση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.
ε. Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια, ορμή και ύλη από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β



Β1. Σώμα μάζας m_2 ισορροπεί στερεωμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο επίπεδο. Το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά $\Delta\ell$. Σε ύψος $2\Delta\ell$ πάνω από τη θέση ισορροπίας του σώματος μάζας m_2 συγκρατούμε μικρό σφαιρίδιο μάζας m_1, στην κατακόρυφο που συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου.
Κάποια στιγμή αφήνουμε το σφαιρίδιο να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Φτάνοντας στη θέση ισορροπίας του σώματος μάζας m_2 συγκρούεται ακαριαία κεντρικά και ελαστικά με αυτό, που αμέσως μετά εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $\Delta\ell$.
Για τις μάζες των σωμάτων ισχύει:
α. $m_2 = 2m_1$
β. $m_2 = 3m_1$
γ. $m_2 = 4m_1$

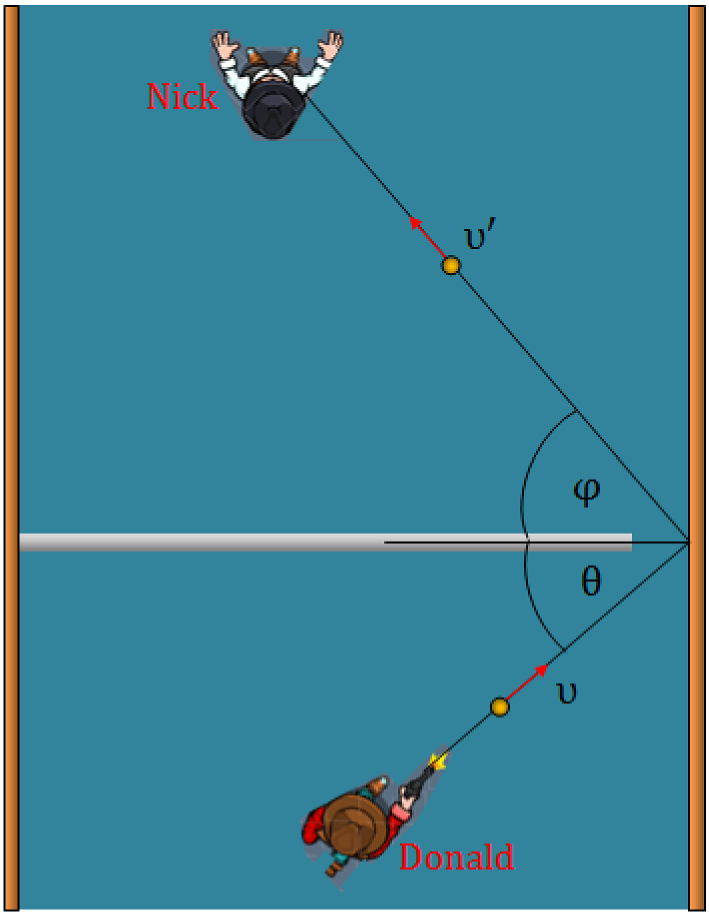
1) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

2) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 6

Β2. Ο σερίφης **Donald** καταδιώκει τον καταζητούμενο **Nick** μέσα σε ένα δωμάτιο. Ανάμεσα τους υπάρχει γυάλινος τοίχος με μικρό άνοιγμα και έτσι ο **Donald** αδύνατεί να ακινητοποιήσει τον **Nick** πυροβολώντας τον απευθείας με πλαστική σφαίρα. Έτσι πυροβολεί προς τον λείο τοίχο ξέροντας ότι η πλαστική σφαίρα θα χάσει ένα μέρος της κινητικής της ενέργειας αλλά θα πετύχει τον τον **Nick**.



Αν $\theta = 30°$ η γωνία πρόσπτωσης και $\varphi = 45°$ η γωνία ανάκλασης της πλαστικής σφαίρας, τότε το ποσοστό % της απώλειας της κινητικής ενέργειας της πλαστικής σφαίρας λόγω της κρούσης με τον λείο τοίχο είναι ίσο με:

α) 36% **β) 50%** **γ) 64%**

Δίνονται $ημ30° = 0,5$ και $ημ45° = 0,5\sqrt{2}$.

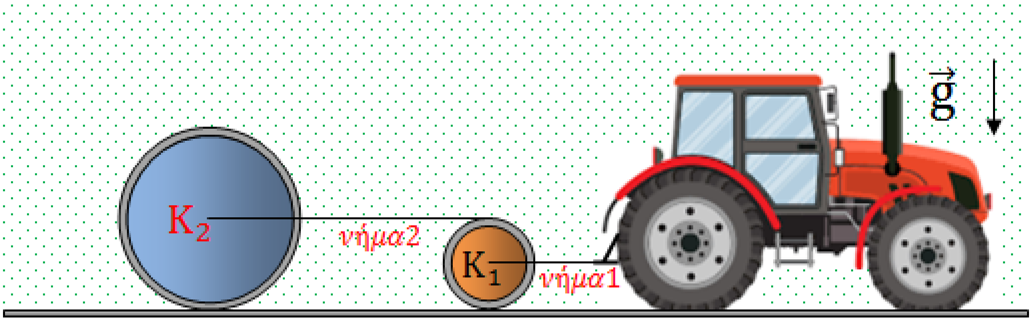
1) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

2) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 6

Β3. **Ένα τρακτέρ έλκει κύλινδρο K_1 με το οριζόντιο νήμα 1 που έχει δεθεί σε οριζόντιο άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των βάσεών του. Στην περιφέρεια του ίδιου κυλίνδρου τυλίγεται το οριζόντιο νήμα 2 που έχει δεθεί σε οριζόντιο άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των βάσεων δεύτερου κυλίνδρου K_2, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι κύλινδροι κυλίονται χωρίς ολίσθηση επιταχυνόμενοι στο οριζόντιο επίπεδο.**



Αν $\alpha_{\gamma_1}, \alpha_{\gamma_2}$ τα μέτρα των γωνιακών επιταχύνσεων των κυλίνδρων K_1, K_2 αντίστοιχα ισχύει:

α) $\frac{\alpha_{\gamma_1}}{\alpha_{\gamma_2}} = 1$ **β)** $\frac{\alpha_{\gamma_1}}{\alpha_{\gamma_2}} = 2$ **γ)** $\frac{\alpha_{\gamma_1}}{\alpha_{\gamma_2}} = \frac{1}{4}$

1) **Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση**

Μονάδες 2

2) **Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας**

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Σε μια οριζόντια ομογενή ελαστική χορδή που εκτείνεται στον άξονα $x'x$, διαδίδονται δυο εγκάρσια αρμονικά κύματα με εξισώσεις:

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{5t}{\pi} - \frac{x}{\pi}\right)\ (S.I.) \quad \text{και} \quad y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{5t}{\pi} + \frac{x}{\lambda_2}\right)\ (S.I.)$$

Γ1. **Να βρεθούν:**

α. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.

Μονάδες 2

β. Το μήκος κύματος λ_2 του δεύτερου κύματος.

Μονάδες 3

Τα παραπάνω κύματα συμβάλλουν στη χορδή με αποτέλεσμα τη δημιουργία στάσιμου κύματος με εξίσωση:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\eta\mu 2\pi\frac{t}{T}$$

Ένα σημείο Σ_1 της χορδής στο οποίο έχουν συμβάλλει τα κύματα έχει θέση ισορροπίας $x_1 = (\pi/6)\,m$ και κάποια χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν μέτρα $\upsilon_1 = \sqrt{3}\,m/s$ και $\alpha_1 = 10m/s^2$ αντίστοιχα.

Γ2. Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος και να γίνει το στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t = (3\pi/20)s$ για $0 \leq x \leq \pi\;\; m$.

Μονάδες 2+3=5

Γ3. Ένα άλλο σημείο Σ_2 της χορδής έχει θέση ισορροπίας x_2. Κάποια χρονική στιγμή t_2 που η χορδή δεν είναι ούτε ευθύγραμμη αλλά ούτε ακίνητη για τις απομακρύνσεις y_1, y_2 των σημείων Σ_1, Σ_2 αντίστοιχα ισχύει:

$$y_2 = 2y_1$$

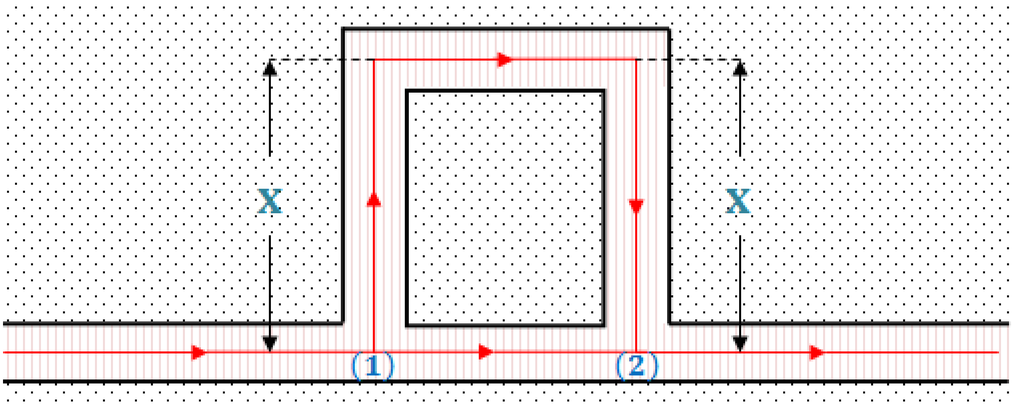
α. Να αποδειχθεί ότι το σημείο Σ_2 είναι κοιλία και να βρεθεί η διαφορά φάσης με το σημείο Σ_1.

Μονάδες 5

β. Να βρεθεί ο λόγος K_1/K_2 των κινητικών ενεργειών K_1, K_2 των σημείων Σ_1, Σ_2 αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t_2, θεωρώντας ότι έχουν ίσες μάζες.

Μονάδες 5

Αρμονικά ηχητικά κύματα με μήκος κύματος λ εισέρχονται από το αριστερό άκρο σωλήνα που περιέχει αέρα και διαδίδονται ευθύγραμμα εντός του. Στο σημείο (1) υπάρχει ορθογώνια διακλάδωση σχήματος Π, με ύψος $x = 0,68m$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Με τον τρόπο αυτό στο σημείο (2) έχουμε ηχητική συμβολή.



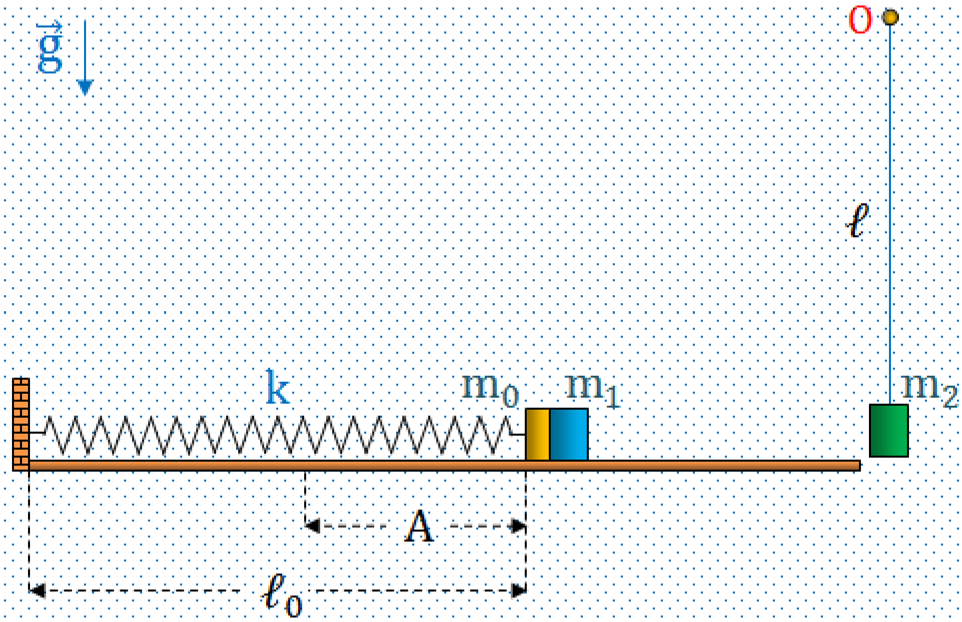
Γ4. Αν γνωρίζουμε ότι το μήκος κύματος των συμβαλλόμενων ηχητικών κυμάτων είναι το μέγιστο δυνατό, ώστε στο σημείο (2) να έχουμε ενισχυτική συμβολή, να υπολογιστεί η συχνότητα των ηχητικών κυμάτων.

Μονάδες 5

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα $\upsilon_\delta = 340m/s$.

ΘΕΜΑ Δ

Τα σώματα Σ_0 και Σ_1 με μάζες m_0 και m_1 αντίστοιχα του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το Σ_0 είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400N/m$. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος ℓ_0 και τα σώματα Σ_0 και Σ_1 είναι ακίνητα.
Μετακινούμε τα σώματα ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά A και στη συνέχεια τα αφήνουμε ελεύθερα, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς k σε επαφή μεταξύ τους που τελικά χάνεται σε ένα σημείο της ταλάντωσης.



Δ1. **Να αποδειχθεί ότι το σώμα Σ_1 θα αποχωριστεί από το Σ_0 στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.**

Μονάδες 5

Μετά την απώλεια επαφής το σώμα Σ_0 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς k και πλάτος A_0, όπου $A = 2A_0$.

Δ2. **Να αποδειχθεί ότι για τις μάζες των σωμάτων Σ_0 και Σ_1 ισχύει ότι:**

$$m_1 = 3m_0$$

Μονάδες 5

Δ3. **Αν $A_0 = 20cm$ και T_0 η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος Σ_0, να βρεθεί η απόσταση των σωμάτων Σ_0 και Σ_1 μετά από χρόνο $\Delta t = 3T_0/4$ από τον αποχωρισμό τους. Δίνεται $\pi = 3,14$.**

Μονάδες 5

Το σώμα $\boldsymbol{\Sigma_1}$συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα $\boldsymbol{\Sigma_2}$ μάζας $\mathbf{m_2}$ όπου $\mathbf{m_2 = m_1}$, το οποίο είναι δεμένο στο κάτω άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος μήκους $\boldsymbol{\ell = 1,6}\mathbf{m}$, το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο ακλόνητο σημείο $\mathbf{O}$.

Δ4. **Να βρεθεί το ποσοστό % της κινητικής ενέργειας που είχε το σώμα $\boldsymbol{\Sigma_1}$ πριν την κρούση και μετατράπηκε σε θερμότητα εξαιτίας της.**

Μονάδες 5

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί μη ομαλή κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο με μέγιστη γωνία εκτροπής του νήματος $\boldsymbol{\varphi}$. Έστω $\mathbf{T}$ το μέτρο της τάσης του νήματος που δεχόταν πριν την κρούση το σώμα $\boldsymbol{\Sigma_2}$ και $\mathbf{T'}$ το μέτρο της τάσης του νήματος που δέχεται το συσσωμάτωμα όταν η γωνία εκτροπής του νήματος είναι $\boldsymbol{\varphi}$.

Δ5. **Αν ισχύει ότι $\mathbf{T = T'}$, να βρεθεί το μέτρο της στροφορμής του συσσωματώματος ως προς το σημείο $\mathbf{O}$ αμέσως μετά την πλαστική κρούση.**

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

Νίκος Κυριάκος
nknd@hotmail.gr

Λάζαρος Λάτσκος
latskos@yahoo.gr

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. **δ** Α2. **δ** Α3. **δ** Α4. **α**

Α5. α. **Σωστό** β. **Σωστό** γ. **Λάθος** δ. **Λάθος** ε. **Λάθος**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστό το (β)

Στη θέση ισορροπίας του σώματος μάζας m_2 ισχυει:

$$\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w_2 \Leftrightarrow k\Delta\ell = m_2 g \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{m_2 g}{k} \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την ελεύθερη πτώση του σφαιριδίου m_1:

$$\Sigma W = \Delta K \Leftrightarrow 2m_1 g\Delta\ell = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = 4g\Delta\ell \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \upsilon_1^2 = 4g^2\frac{m_2}{k} \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = \frac{4g^2}{\omega^2} \Leftrightarrow |\upsilon_1| = \frac{2g}{\omega} \quad (2)$$

όπου $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}}$ η γωνιακή συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος μάζας m_2 μετά την κρούση.

Η ταχύτητα υ_2' του σώματος μάζας m_2 δίνεται από την σχέση:

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \quad (3)$$

Εφόσον η κρούση γίνεται στη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$|\upsilon_2'| = \upsilon_{max} \overset{(2),(3)}{\Longleftrightarrow} \frac{2m_1}{m_1+m_2}\frac{2g}{\omega} = \omega A \overset{A=\Delta\ell}{\Longleftrightarrow} \frac{4m_1}{m_1+m_2}\frac{g}{\omega} = \omega\frac{m_2 g}{k} \overset{k=m_2\omega^2}{\Longleftrightarrow}$$

$$\frac{4m_1}{m_1+m_2} = 1 \Leftrightarrow \boxed{m_2 = 3m_1}$$

Β2. Σωστό το (β)

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\frac{|\Delta K|}{K} = \frac{|K' - K|}{K} \Leftrightarrow \frac{|\Delta K|}{K} = \frac{K - K'}{K} \Leftrightarrow \frac{|\Delta K|}{K} = 1 - \frac{K'}{K} \Leftrightarrow \frac{|\Delta K|}{K} = 1 - \frac{\frac{1}{2}m\upsilon'^2}{\frac{1}{2}m\upsilon^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{|\Delta K|}{K} = 1 - \left(\frac{\upsilon'}{\upsilon}\right)^2 \quad (1)$$

Επειδή ο τοίχος είναι λείος η σφαίρα δε δέχεται από αυτόν δύναμη παράλληλη σε αυτόν. Έτσι στη διεύθυνση αυτή η ορμή της σφαίρας διατηρείται.

$$p_y = p_y' \Leftrightarrow m\upsilon_y = m\upsilon_y' \Leftrightarrow \upsilon_y = \upsilon_y' \Leftrightarrow \upsilon\,\eta\mu\theta = \upsilon'\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \frac{\upsilon}{2} = \frac{\upsilon'\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\upsilon'}{\upsilon} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας την (2) στην (1) έχουμε:

$$\frac{|\Delta K|}{K} = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{|\Delta K|}{K} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boxed{\frac{|\Delta K|}{K} = 50\%}$$

Β3. Σωστό το (α)

Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κέντρου K_2 του μεγάλου κυλίνδρου είναι ίση με την οριζόντια επιτάχυνση του ανώτερου σημείου του μικρού κυλίνδρου κέντρου K_1. Αρα:

$$\alpha_{cm,2} = 2\alpha_{cm,1} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma,2}R_2 = 2\alpha_{\gamma,1}R_1 \quad (1)$$

Όμως $R_2 = 2R_1$, αφού το νήμα (2) εφάπτεται στο ανώτερο σημείο του κυλίνδρου κέντρου K_1.
Τελικά:

$$\alpha_{\gamma,2}2R_1 = 2\alpha_{\gamma,1}R_1 \Leftrightarrow \alpha_{\gamma,2} = \alpha_{\gamma,1} \Leftrightarrow \boxed{\frac{\alpha_{\gamma,1}}{\alpha_{\gamma,2}} = 1}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. α) Τα κύματα διαδίδονται στο ίδιο μέσο (ομογενή ελαστική χορδή), οπότε έχουν ίδια ταχύτητα διάδοσης.
Από το κύμα (1) έχουμε:

$$f = \frac{5}{\pi}Hz \quad \text{και} \quad \lambda_1 = \pi m$$

Άρα:

$$\upsilon_\delta = \lambda_1 f_1 \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_\delta = 5m/s}$$

β) Για το δεύτερο κύμα ισχύει:

$$\upsilon_\delta = \lambda_2 f_2 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\upsilon_\delta}{f_2} \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{5}{5/\pi} \Leftrightarrow \boxed{\lambda_2 = \pi m}$$

Γ2. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου (Σ_1) είναι:

$$A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_1}{\lambda}\right| \Leftrightarrow A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}\right| \Leftrightarrow A' = A$$

Για τη χρονική στιγμή t_1 ισχύουν:

$$\alpha_1 = -\omega^2 y_1 \ \ (1) \quad \text{και} \quad \upsilon_1^2 = \omega^2(A'^2 - y_1^2) \ \ (2)$$

Από την (1) προκύπτει ότι:

$$|y_1| = \frac{|\alpha_1|}{\omega^2} \Leftrightarrow |y_1| = 0{,}1m$$

Αντικαθιστώντας στην (2) προκύπτει ότι

$$A' = 0{,}2m \Leftrightarrow A = 0{,}2m$$

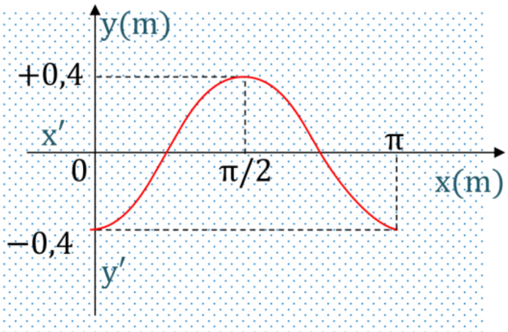
Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 2A\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \Leftrightarrow \boxed{y = 0{,}4\,\sigma\upsilon\nu(2x)\eta\mu(10t) \ \ (SI)}$$

Τη χρονική στιγμή $t = (3\pi/20)\ s$, το σημείο στη θέση $x = 0$ έχει απομάκρυνση:

$$y_0 = 0{,}4\,\sigma\upsilon\nu(0)\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}\right) \Leftrightarrow y_0 = -0{,}4m$$

Το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι:



Γ3. **α)** Η εξίσωση απομάκρυνσης του (Σ_1) είναι:

$$y_1 = 0{,}4\,\sigma\upsilon\nu(2x_1)\eta\mu(10t) \Leftrightarrow y_1 = 0{,}2\eta\mu(10t)\ (SI)$$

Αφού $y_2 = 2y_1$, για το σημείο (Σ_2) ισχύει:

$$y_2 = 2y_1 \Leftrightarrow y_2 = 0{,}4\eta\mu(10t)\ (SI)$$

Συνεπώς το σημείο (Σ_2) είναι κοιλία με διαφορά φάσης μηδέν με το σημείο (Σ_1)

β)

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2} \Leftrightarrow \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{2\sigma\upsilon\nu(10t)}{4\sigma\upsilon\nu(10t)}\right)^2 \Leftrightarrow \boxed{\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{4}}$$

Γ4. Εφόσον στο σημείο (2) έχουμε ενισχυτική συμβολή, ισχύει:

$$r_1 - r_2 = n\lambda \ \text{ με } r_1 = 2x + y \ \text{ και } r_2 = y$$

Άρα:

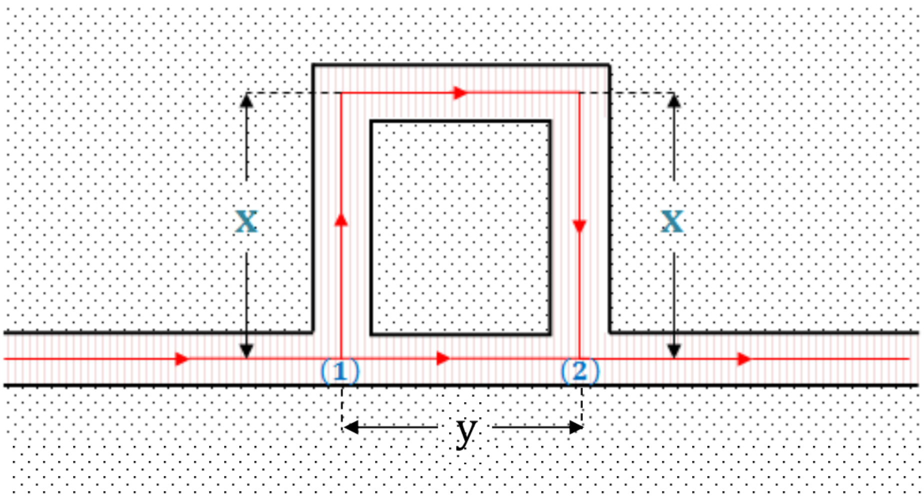
$$2x = n\lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{2x}{n}$$

Για να είναι το μήκος κύματος το μέγιστο δυνατό πρέπει n=1, οπότε:

$$\lambda = 2x \Leftrightarrow \lambda = 1{,}36m$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής:

$$\upsilon_\delta = \lambda f \Leftrightarrow f = \frac{\upsilon_\delta}{\lambda} \Leftrightarrow \boxed{f = 250Hz}$$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το σώμα μάζας m_1 δέχεται τη δύναμη επαφής από το σώμα μάζας m_0. Άρα από το δεύτερο νόμο του Newton για το σώμα αυτό ισχύει:

$$\Sigma F_1 = m_1\alpha \Leftrightarrow N_1 = m_1\alpha \quad (1)$$

Όμως το σύστημα των σωμάτων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Άρα:

$$\alpha = -\omega^2 x \ \text{ με } \ \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_0}} \quad (2)$$

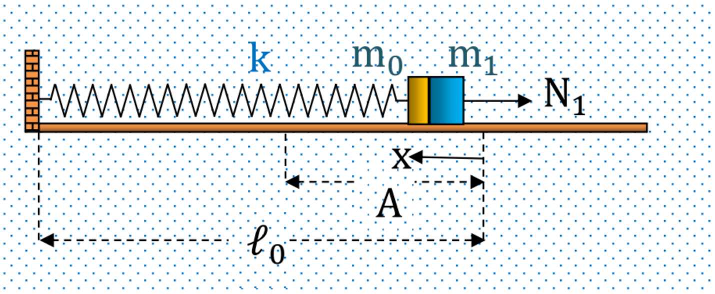
Η (1) λόγω της (2) γράφεται:

$$N_1 = -m_1\frac{k}{m_1 + m_0}x \quad (3)$$

Όταν χαθεί η επαφή των σωμάτων

$$N_1 = 0 \overset{(3)}{\Leftrightarrow} \boxed{x = 0}$$

Συνεπώς το (Σ_1) θα αποχωριστεί το (Σ_0) στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Δ2. Η μέγιστη ταχύτητα της αρχικής ταλάντωσης είναι ίση με αυτήν της τελικής του σώματος m_0. Άρα:

$$\upsilon_{max} = \upsilon_{\max_0} \Leftrightarrow \omega A = \omega_0 A_0 \overset{A=2A_0}{\Longleftrightarrow} \omega 2A_0 = \omega_0 A_0 \Leftrightarrow 2\omega = \omega_0 \Leftrightarrow 4\omega^2 = \omega_0^2 \Leftrightarrow$$

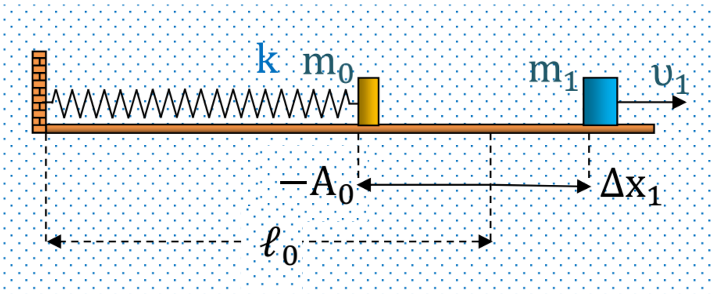
$$4\frac{k}{m_1 + m_0} = \frac{k}{m_0} \Leftrightarrow m_1 + m_0 = 4m_0 \Leftrightarrow \boxed{m_1 = 3m_0}$$

Δ3. Η ζητούμενη απόσταση είναι $d = \Delta x_1 - \Delta x_0$, όπου:

$$\Delta x_1 = \upsilon_{\max_0} \Delta t_0 \Leftrightarrow \Delta x_1 = \omega_0 A_0 \frac{3T_0}{4} \Leftrightarrow \Delta x_1 = \frac{2\pi}{T_0} A_0 \frac{3T_0}{4} \Leftrightarrow \Delta x_1 = \frac{3}{2}\pi A_0$$

και $\Delta x_0 = -A_0$. Άρα:

$$d = \frac{3}{2}\pi A_0 + A_0 \Leftrightarrow d = \left(\frac{3\pi}{2} + 1\right) A_0 \Leftrightarrow \boxed{d = 114{,}2cm}$$



Δ4. Τα σώματα με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά.
Από την Α.Δ.Ο. έχουμε:

$$p_{\pi\rho\iota\nu} = p_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Leftrightarrow m_1 \upsilon_1 = 2m_1 \upsilon \Leftrightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon \quad (4)$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\frac{Q}{K_1} = \frac{|\Delta K|}{K_1} \Leftrightarrow \frac{Q}{K_1} = \frac{K_1 - K}{K_1} \Leftrightarrow \frac{Q}{K_1} = 1 - \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2}{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2} \Leftrightarrow \frac{Q}{K_1} = 1 - 2\left(\frac{\upsilon}{\upsilon_1}\right)^2 \overset{(4)}{\Leftrightarrow} \frac{Q}{K_1} = 1 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{Q}{K_1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boxed{\frac{Q}{K_1} = 50\%}$$

Δ5. Πριν την κρούση το Σ_2 ισορροπεί. Άρα:

$$\Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow T = w_2 \Leftrightarrow T = m_2 g \quad (5)$$

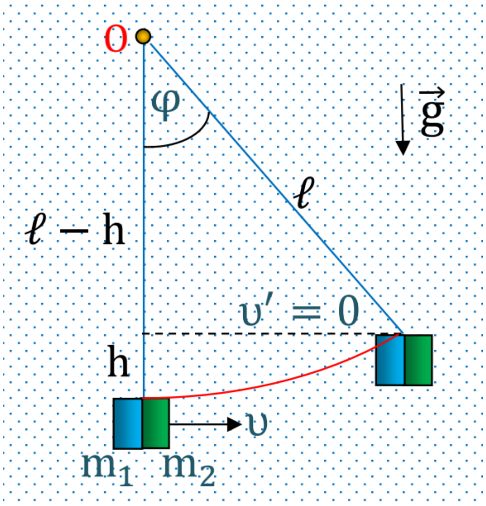
Τη στιγμή που το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται στιγμιαία μετά την κρούση, ισορροπεί στη διεύθυνση του νήματος. Άρα:

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow T' = (m_1 + m_2) g\ \sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow T' = 2m_1 g\ \sigma\upsilon\nu\varphi \quad (6)$$

Όμως:

$$T = T' \overset{(4),(5)}{\Longleftrightarrow} m_2 g = 2m_2 g\ \sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \varphi = 60°$$

Για να βρούμε την ταχύτητα υ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την μη ομαλή κυκλική κίνηση.



$$\Sigma W = \Delta K \Leftrightarrow -(m_1 + m_2) g h = -\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2 \Leftrightarrow \upsilon^2 = 2gh \Leftrightarrow h = \ell(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) \Leftrightarrow h = \frac{\ell}{2}$$

Άρα:

$$\upsilon^2 = 2gh \Leftrightarrow |\upsilon| = 4m/s$$

Από τη σχέση (4): $|\upsilon_1| = 8m/s$. Όμως:

$$|\upsilon_1| = \upsilon_{\max_0} \Leftrightarrow |\upsilon_1| = \omega_0 A_0 \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{|\upsilon_1|}{A_0} \Leftrightarrow \omega_0 = 40rad/s$$

Η γωνιακή συχνότητα του σώματος Σ_0 είναι:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_0}} \Leftrightarrow m_0 = \frac{1}{4} kg$$

Όμως:

$$m_1 = 3m_0 \Leftrightarrow m_1 = \frac{3}{4} kg$$

Το μέτρο της ζητούμενης στροφορμής είναι:

$$|L| = (m_1 + m_2)|\upsilon|\ell \Leftrightarrow \boxed{|L| = 9{,}6 kgm^2/s}$$