

Επιταχυντής αδρονίων(LHC) CERN

Στον μεγάλο κυκλικό σωλήνα του LHC εισέρχονται δέσμες πρωτονίων κινούμενες αντίθετα ώστε τα πρωτόνια να έχουν κινητική ενέργεια $K_0 = 500$ GeV και ταχύτητα V_0 . Στη συνέχεια τα πρωτόνια επιταχύνονται στον κυκλικό σωλήνα περιμέτρου $\Pi = 26,7$ Km.

Τα πρωτόνια από τις δύο δέσμες συγκρούονται μετωπικά με ταχύτητα $V = 0,9999999991c$ όπου $c = 299792458$ m/s η ταχύτητα του φωτός.

Δίνονται: Μάζα ηρεμίας πρωτονίων $m_0 = 1,67262158 \times 10^{-27}$ kg, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, παράγοντας Lorentz $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$, μάζα πρωτονίου $m = \gamma m_0$, κινητική ενέργεια πρωτονίου $K = (\gamma - 1)m_0 c^2$.

1. Βρείτε τη V_0 και την κινητική ενέργεια K των πρωτονίων τη στιγμή της σύγκρουσης σε TeV.

2. Πόσο χρόνο χρειάζεται το πρωτόνιο για να ολοκληρώσει μία περιστροφή; Πόσες περιστροφές πραγματοποιεί ανά δευτερόλεπτο; Θεωρείστε σταθερή ταχύτητα V .

3. Πόση η συνολική ενέργεια του LHC σε TeV και Joule; Να τη συγκρίνεται με την ενέργεια μιας πέτρας 1 gr που πέφτει ελεύθερα από ύψος 10 cm. Δίνεται $g = 10$ m/s².

4. Η διατήρηση της δέσμης πρωτονίων σε κυκλική τροχιά πραγματοποιείται με μια σειρά από υπεραγωγίμους ηλεκτρομαγνήτες τοποθετημένους κατά μήκος της τροχιάς. Αν υποθεθεί ότι διαθέταμε ένα πανίσχυρο ομογενές μαγνητικό πεδίο B ποιά η τιμή του για να διατηρήσει ένα πρωτόνιο στην τροχιά του; Θεωρείστε σταθερή ταχύτητα V .

5. Στον LHC συγκρούονται και ιόντα μολύβδου $^{208}_{82}Pb$ μεταξύ τους ή με πρωτόνια. Αν ο LHC λειτουργεί στα 7 TeV πόση ενέργεια θα έχει ένα ιόν μολύβδου και πόση αντιστοιχεί ανά νουκλεόνιο;

Λύση

1. $K_0 = 450$ GeV = 450×10^9 eV, 1 eV = $1,6 \times 10^{-19}$ C x 1 V = $1,6 \times 10^{-19}$ J =>

$K_0 = 450 \times 10^9 \times 1,6 \times 10^{-19}$ J => $K_0 = 8 \times 10^{-8}$ J, $K_0 = (\gamma_0 - 1)m_0 c^2$ =>

$$\gamma_0 - 1 = \frac{K_0}{m_0 c^2} = \frac{8 \times 10^{-8}}{1,67262158 \times 10^{-27} \times 299792458^2} = \frac{8 \times 10^{19}}{1,67262158 \times 299792458^2} = 532,17 =>$$

$\gamma_0 = 532,17$

$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow 532,17^2 = \frac{1}{1 - \beta^2} \Rightarrow 1 - \beta^2 = \frac{1}{532,17^2} \Rightarrow$$

$$\beta^2 = 1 - \frac{1}{532,17^2} \Rightarrow \frac{V_0}{c} = 0,99999823449 \Rightarrow \mathbf{V_0 = 0,99999823449c}$$

Τη στιγμή της σύγκρουσης

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}} = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (0,999999991)^2}} \Rightarrow \mathbf{\gamma = 7453,55994177}$$

$$K = (\gamma - 1)m_0c^2 = 7452,55994177 \times 1,67262158 \times 10^{-27} \times 299792458^2 =$$

$$= \mathbf{1,12032642402 \times 10^{-6} J} = 1,12032642402 \times 10^{-6} \cdot (1,6 \times 10^{-19}) \text{ ev} = 7 \times 10^{12} \text{ ev} \Rightarrow$$

$$\mathbf{K = 7 Tev}$$

$$\mathbf{2. t = S/V = 26700/299792458 = 89 \times 10^{-6} \Rightarrow t = 89 \mu\text{s} \text{ για μία στροφή}}$$

Σε 1s $10^6/89 = 11236$. **Δηλαδή ένα πρωτόνιο πραγματοποιεί 11236 στροφές/s**

3. Τη στιγμή της σύγκρουσης τα δύο πρωτόνια που κινούνται σε αντίθετες τροχιές έχουν ενέργεια $\mathbf{E = 2K = 2 \times 1,12 \times 10^{-6} = 2,24 \times 10^{-6} J}$ ή $\mathbf{E = 14 Tev}$.

Η ενέργεια της πέτρας του 1 gr που πέφτει ελεύθερα από $h = 10 \text{ cm}$ είναι:
 $E' = mgh = 10^{-3} \times 10 \times 10^{-1} = 10^{-3} \text{ J}$ πολύ μεγαλύτερη από την ενέργεια των δύο πρωτονίων. Η ενέργεια των δύο πρωτονίων θεωρείται πολύ μεγάλη σε μονάδες ev ($14 \times 10^{12} \text{ ev}$) που χρησιμοποιούμε στα υποατομικά σωματίδια καθώς τους δίνει ταχύτητα κοντά σε αυτήν του φωτός.

4. Αν S η περίμετρος της κυκλικής τροχιάς και R η ακτίνα της τότε $S = 2\pi R \Rightarrow$
 $R = S/2\pi = 26700/2\pi \Rightarrow R = 4249,437 \text{ m}$

Η δύναμη Lorentz στο πρωτόνιο ενεργεί σαν κεντρομόλος: $F_L = F_c \Rightarrow$

$$\Rightarrow Bve = \frac{mV^2}{R} \Rightarrow B = \frac{mV}{eR} = \frac{\gamma m_0 V}{eR} = \frac{7453,56 \times 1,67262158 \times 10^{-27} \times 299792458}{4249,437 \times 1,6 \times 10^{-19}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{B = 5,5 T}$$

5. Το ιόν μολύβδου έχει 82 πρωτόνια επομένως συνολικά το ιόν έχει ενέργεια $7 \times 82 = \mathbf{574 Tev}$ και

Σε κάθε νουκλεόνιο αντιστοιχούν $574/208 = \mathbf{2,76 Tev/νουκλεόνιο}$.