

Μαύρη τρύπα ...γευματίζει

Στον πυρήνα του γαλαξία NGC 3842 βρίσκεται υπερμεγέθης μαύρη τρύπα μάζας $M = 3,46 \times 10^{10} M_H$ όπου M_H η μάζα του ήλιου. Ο δίσκος προσαύξεσης της μαύρης τρύπας έχει τη δυνατότητα να «ταΐζει» τη μαύρη τρύπα με μία μάζα ήλιου M_H ανά μήνα με έναν ρυθμό που μένει σταθερός.

Δίνονται: $M_H = 2 \times 10^{30}$ kg, $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²s⁻², ταχύτητα φωτός $c = 3 \times 10^8$ m/s.

A) Βρείτε την ακτίνα Schwarzschild R_S της μαύρης τρύπας στον γαλαξία NGC 3842 σε km και τον ρυθμό $\frac{\Delta R_S}{\Delta t}$ με τον οποίο αυτή αυξάνεται σε km/year.

B) Το θεωρητικό κοσμολογικό όριο μέγιστης μάζας μη περιστρεφόμενης μαύρης τρύπας είναι $5 \times 10^{10} M_H$. Σε πόσα χρόνια η μαύρη τρύπα του NGC 3842 θα φτάσει το όριο μέγιστης μάζας;

Λύση

$$\mathbf{A)} R_S = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2G3,46 \times 10^{10} M_H}{c^2} = \frac{2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 3,46 \times 10^{10} \times 2 \times 10^{30}}{9 \times 10^{16}} = 10,259 \times 10^{13} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \mathbf{R_S = 1,0259 \times 10^{11} \text{ km}}$$

Ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται η μάζα της μαύρης τρύπας είναι

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = 1 M_H / \text{μήνα} = 12 M_H / \text{year}$$

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \Rightarrow \frac{\Delta R_S}{\Delta t} = \frac{2G}{c^2} \frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{2 \times 6,67 \times 10^{-11}}{9 \times 10^{16}} \times 12 \times 2 \times 10^{30} \frac{\text{Nm}^2 \text{kg}^{-2} \text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}^{-2} \text{year}} = \frac{\text{kgms}^{-2} \text{kg}^{-1}}{\text{s}^{-2} \text{year}} = 35,573 \times 10^3 \text{ m/year} \Rightarrow$$

$\frac{\Delta R_S}{\Delta t} = \mathbf{35,573 \text{ km/year}}$ δηλαδή η ακτίνα της μαύρης τρύπας μεγαλώνει 35,573 km το χρόνο.

B) Για να φτάσει η μαύρη τρύπα στο ανώτερο όριο μάζας πρέπει να προστεθούν:

$$5 \times 10^{10} - 3,46 \times 10^{10} = 1,54 \times 10^{10} M_H \text{ και θα χρειαστούν } 1,54 \times 10^{10} \frac{M_H}{12 M_H / \text{year}}$$

= $\mathbf{1,283 \times 10^9 \text{ χρόνια}}$. Δηλαδή απαιτούνται 1 δισεκατομμύριο 283 εκατομμύρια χρόνια για να γίνει αύξηση της μάζας της μαύρης τρύπας από $3,46 \times 10^{10} M_H$ σε $5 \times 10^{10} M_H$.

Σύγκρουση γιγάντων

Στις 14/9/2015 πραγματοποιήθηκε ένα θαύμα της επιστήμης και της τεχνολογίας. Το συμβολόμετρο **Ligo** κατέγραψε βαρυτικά κύματα προερχόμενα από τη σύγκρουση – συγχώνευση δύο μελανών οπών. Τα βαρυτικά κύματα παράγονται από εξαιρετικά βίαια γεγονότα όπως περιστροφή και σύγκρουση αστερών νετρονίων και μελανών οπών. Η ενέργεια που ελευθερώνεται από τέτοια γεγονότα είναι κολοσσιαία, εν τούτοις προκαλεί πτυχώσεις στο χωρόχρονο μόλις το 1/1000 της διαμέτρου του πρωτονίου ή σαν να μετράμε την απόσταση του α Κενταύρου στα 4 ε.φ με ακρίβεια μιας τρίχας του κεφαλιού μας, εξ ου και το θαύμα της καταγραφής βαρυτικών κυμάτων.

Οι δύο μαύρες τρύπες που συγκρούστηκαν είχαν μάζες $36M_{\text{ήλιου}}$ και $29M_{\text{ήλιου}}$. Από τη σύγκρουση προέκυψε μαύρη τρύπα είχε μάζα $62M_{\text{ήλιου}}$ και ένα έλλειμμα μάζας $\Delta M = 3M_{\text{ήλιου}}$ που έγινε ενέργεια.

A) Πόση ενέργεια E ελευθερώθηκε από τη σύγκρουση; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

B) Ας υποθέσουμε ότι ο γαλαξίας μας αποτελείται από 200 δισεκατομμύρια αστέρια σαν τον ήλιο μας με ισχύ $4 \times 10^{26} \text{ J/s}$. Πόση ενέργεια ελευθερώνεται στον γαλαξία μας σε 1 δευτερόλεπτο; Πόσοι γαλαξίες σαν τον δικό μας απαιτούνται για να δώσουν την ενέργεια E από την σύγκρουση των δύο μελανών οπών;

Λύση

A) Από την διάσημη εξίσωση ισοδυναμίας μάζας – ενέργειας της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας από τον Albert Einstein έχουμε:

$E = \Delta M c^2 = 3 \times 2 \times 10^{30} \times 9 \times 10^{16} \Rightarrow E = 5,4 \times 10^{47} \text{ j}$ η ενέργεια ενός τυπικού supernova είναι 10^{44} j

B) Η ενέργεια που ελευθερώνουν σε 1s τα 200 δις = 2×10^{11} αστέρια του γαλαξία μας είναι $2 \times 10^{11} \times 4 \times 10^{26} = 8 \times 10^{37} \text{ j}$

Για να πάρουμε την ενέργεια E απαιτούνται

$54 \times 10^{46} / 8 \times 10^{37} = 6,75 \times 10^9$ γαλαξίες ή **6,75 δισεκατομμύρια γαλαξίες σαν τον δικό μας να ακτινοβολούν ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο.**

Η γη μαύρη τρύπα

Σε πόση ακτίνα πρέπει να συμπιεστεί η γη για να γίνει μαύρη τρύπα;

Μάζα γης $M = 6 \times 10^{24}$ kg.

Λύση

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{9 \times 10^{16}} = 9 \times 10^{-3} \text{ m περίπου ή περίπου 9 mm.}$$