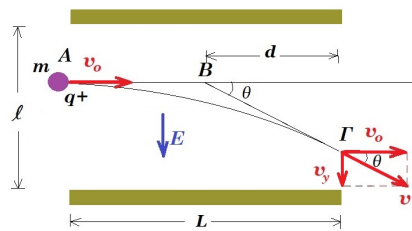


ΘΕΜΑ

A)



Φορτισμένο σωματίδιο μάζας m , ηλεκτρικού φορτίου q , εισέρχεται με ταχύτητα v_0 κάθετα στις δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου εντάσεως E που δημιουργείται μεταξύ των οπλισμών επίπεδου πυκνωτή, στο σημείο A και εξέρχεται από το πεδίο στο σημείο Γ με ταχύτητα v . Ο φορέας της ταχύτητας v τέμνει τον φορέα της ταχύτητας v_0 στο σημείο B . Το πηλίκο $(AB) / L$, στο σχήμα, ισούται με :

α. $1/3$ β. $1/2$ γ. $1/4$ δ. τίποτα από αυτά

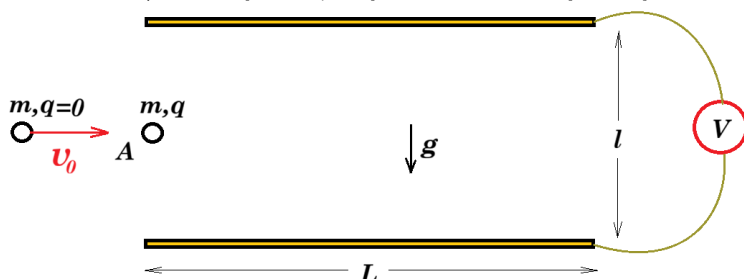
B)

Έστω πλανήτης Π , τον οποίο θεωρούμε ακίνητο, ομογενή, έχει μάζα M και σφαιρικό σχήμα ακτίνας R_π πολύ μακριά από άλλα ουράνια σώματα. Γύρω από τον πλανήτη κινείται με σταθερή συχνότητα f σε κυκλική τροχιά ακτίνας $2 \cdot R_\pi$ σώμα μάζας m , πολύ μικρών διαστάσεων ως προς τον πλανήτη. Δίνονται : περίοδος περιστροφής $T = 10^4$ s, ακτίνα $R_\pi = 5 \cdot 10^6$ m, παγκόσμιος σταθερά βαρύτητας $G = (20/3) \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg², $\pi^2 = 10$

B1. Βρείτε το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια του πλανήτη Π .

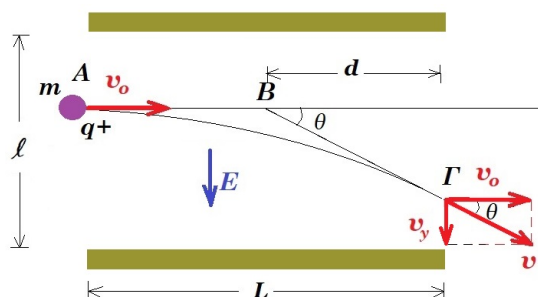
Επάνω στην στερεά επιφάνεια του πλανήτη θεωρούμε επίπεδο πυκνωτή με οριζόντιους οπλισμούς που απέχουν απόσταση $l = 2$ cm, έχουν μήκος L , ενώ επικρατεί τάση V μεταξύ των οπλισμών του. Στο άκρο του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και στο μέσον της απόστασης των οπλισμών, σημείο A , ισορροπεί ακίνητο σωματίδιο Σ_1 μάζας m που φέρει ηλεκτρικό φορτίο q . Άλλο όμοιο αφόρτιστο σωματίδιο Σ_2 που κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα v_0 μέτρου $v_0 = 4$ m/s, συγκρούεται κεντρικά πλαστικά με το Σ_1 . Δημιουργείται συσσωμάτωμα το οποίο κινείται μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή. Το συσσωμάτωμα εξέρχεται του ηλεκτρικού πεδίου με ταχύτητα v μόλις στο άκρο του οπλισμού του πυκνωτή. Θεωρούμε ότι το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ισχυρό μόνο μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.

B2. Υπολογίστε την ταχύτητα του συσσωματώματος στην έξοδό του από τον πυκνωτή.



μία λύση :

A.



το σωματίδιο βγαίνει από το πεδίο σε χρόνο t , διανύοντας στον άξονα $x'x$ απόσταση $x=L=v_0 \cdot t$ και στον άξονα $y'y$ απόσταση $y = \frac{1}{2} a t^2$, έχοντας επιτάχυνση $a = F/m = Eq/m$ και στην έξοδο ταχύτητα $v_y = a t$

για τη γωνία θ έχουμε : $\epsilon\phi\theta = y/d$ και $\epsilon\phi\theta = v_y/v_0$

οπότε $y/d = v_y/v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 / d = a t / v_0 \Rightarrow t/2d = 1/v_0 \Rightarrow v_0 t = 2d \Rightarrow L = 2d$ οπότε $(AB) = L - d = L - L/2 = L/2 \Rightarrow (AB)/L = 1/2$ σωστό το **(β)**

Β1.

το σώμα δέχεται ελκτική βαρυτική δύναμη από τον πλανήτη $F_G = GMm/(2R_\Pi)^2 = mg$ όπου $g = GM/(2R_\Pi)^2$ είναι η ένταση του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη Π σε ακτίνα $2R_\Pi$

αυτή η δύναμη παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης για να περιστρέφεται το σώμα γύρω από τον πλανήτη με σταθερή συχνότητα f , είναι $F_K = m v^2/2R_\Pi$

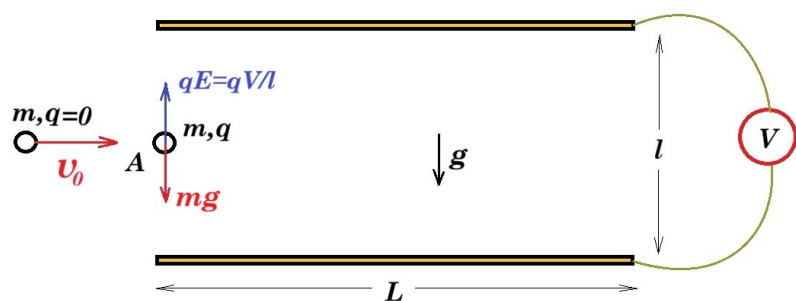
επειδή $v = \omega 2R_\Pi$ και $\omega = 2\pi/T$ έχουμε $F_K = m v^2/2R_\Pi = m \omega^2 2R_\Pi \Rightarrow F_K = m (4\pi^2/T^2) 2R_\Pi$

$\Sigma F = F_K \Rightarrow m g = m (4\pi^2/T^2) 2R_\Pi \Rightarrow g = 4\pi^2/T^2 \cdot 2R_\Pi = 4\pi^2/(10^4)^2 \cdot 10^7 = 40/10^8 \cdot 10^7 \Rightarrow g = 4 \text{ m/s}^2 = 4 \text{ N/kg}$ ένταση του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη Π σε ακτίνα $2R_\Pi$

έχουμε : $g = GM/(2R_\Pi)^2 = GM/4R_\Pi^2 = 4 \text{ N/kg} \Rightarrow GM/R_\Pi^2 = 16 \text{ N/kg}$ ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του πλανήτη

οπότε $GM/R_\Pi = 16 \text{ N/kg} \cdot R_\Pi = 16 \text{ N/kg} \cdot 5 \cdot 10^6 \text{ m} = 8 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$

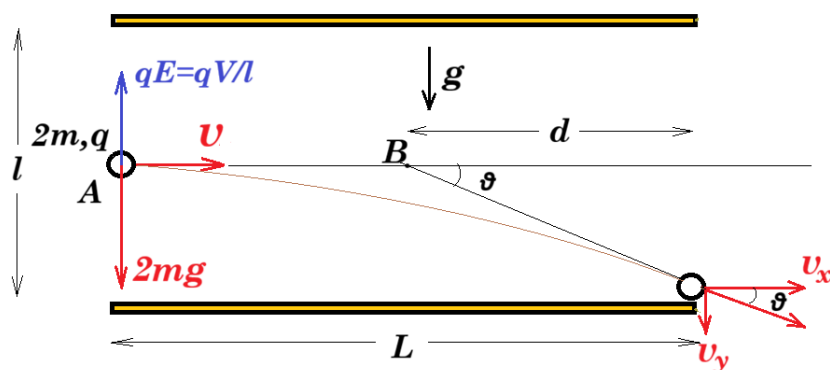
το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια του πλανήτη : $V = -GM/R_\Pi = -8 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$

B2.

ισορροπία Σ1 : $mg = qE = qV/l$ το βάρος είναι προς τα κάτω η $F_c = qE$ είναι προς τα πάνω

πλαστική κρούση, διατήρηση ορμής άξονας x :

$$m v_0 = 2m v \Rightarrow v = v_0 / 2 = 4 \text{ m/s} / 2 = 2 \text{ m/s}$$



άξονας y : $\Sigma F = 2m a \Rightarrow 2m g - qE = 2m a \Rightarrow m g = 2m a \Rightarrow a = g/2 = 16/2 = 8 \text{ m/s}^2$

$$y = l/2$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = l/2 \Rightarrow t^2 = l/a = 0,02 / 8 = 1/400 \Rightarrow t = 0,05 \text{ s}$$

$$v_y = a t = 8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,05 \text{ s} = 0,4 \text{ m/s}$$

άξονας x : $v_x = v = v_0 / 2 = 2 \text{ m/s}$ ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

$$x = v t = 2 \text{ m/s} \cdot 0,05 \text{ s} = 0,1 \text{ m} \Rightarrow L = 10 \text{ cm}$$

$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = 2^2 + 0,4^2 = 4 + 0,16 = 4,16 \Rightarrow v = \sqrt{4,16} \text{ m/s}$ το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος στην έξοδό του από τον πυκνωτή $\epsilon\phi\theta = v_y / v_x = 0,4 / 2 = 0,2$

επαλήθευση :

$$\epsilon\phi\theta = y / d \Rightarrow d = y / \epsilon\phi\theta = 1 \text{ cm} / 0,2 = 5 \text{ cm} = \frac{1}{2} 10 \text{ cm} = \frac{1}{2} L$$