

Η ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

ΠΡΩΤΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ ή ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

Αν $\vec{F}_{ολισή} = 0$,

(για δυνάμεις στην ίδια διεύθυνση
 $\Sigma F = 0$,

για ομοεπίπεδες

δυνάμεις διαφορετικών διευθύνσεων
 $\Sigma F_x = 0$ και $\Sigma F_y = 0$)

το υλικό σημείο δε μεταβάλλει την
κινητική του κατάσταση , δηλαδή
αν δεν έχει ταχύτητα ($v_0 = 0$) τότε
συνεχίζει να παραμένει ακίνητο ($v = 0$)
αν όμως έχει ταχύτητα τότε συνεχίζει
να κινείται **ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΑ ΟΜΑΛΑ**

Δηλαδή η **ΑΚΙΝΗΣΙΑ** και η
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ
(Ε.Ο.Κ.) υπακούουν στον ίδιο νόμο του
Newton που αποτελεί το νόμο της
ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ .

ΧΡΟΝΟΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ Ε.Ο.Κ.

Εξίσωση ταχύτητας

$$v = v_0 = \text{σταθερή}$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ



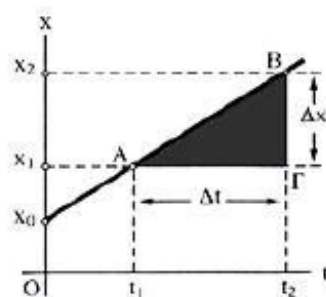
Εξίσωση μετατόπισης

$$\Delta x = v \Delta t$$

Εξίσωση θέσης

$$x = x_0 + v (t - t_0)$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ



Η κλίση είναι
σταθερή και
εκφράζει την
αλγεβρική τιμή
σταθερής
ταχύτητας

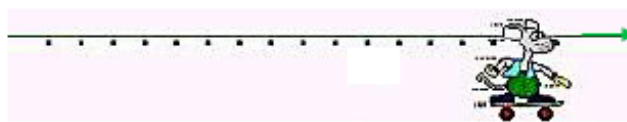
$$\kappaλίση = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v$$

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η Κινητική ενέργεια : $K = \frac{1}{2} m v^2$
 παραμένει σταθερή , αλλά και η ορμή : $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ παραμένει σταθερή κατά
 μέτρο διεύθυνση και φορά .

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ (Ε.Ο.Κ.)

χ'

χ



Θ.Μ.Κ.Ε : $\Delta K = W_{ολικό}$

$$\Delta K = K - K_o = 0 \quad \text{αφού} \quad K = \text{σταθερή}$$

$$W_{ολικό} = F_{ολικό} \cdot \Delta \chi \Rightarrow W_{ολικό} = 0 \cdot \Delta \chi \Rightarrow W_{ολικό} = 0$$

$$\frac{dK}{dt} = 0 \quad \text{κάθε χρονική στιγμή, αφού } K = \text{σταθερή}$$

Η ταχύτητα $\vec{v}$ είναι σταθερή



Η ορμή $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ που είναι
 ομόρροπη της ταχύτητας
 παραμένει σταθερή

Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας
 που αποτελεί την επιτάχυνση είναι
 μηδέν :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής
 που αποτελεί τη δύναμη είναι
 μηδέν :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ ή ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Αν σε ένα υλικό σημείο μάζας (m) ασκούνται δυνάμεις με συνισταμένη $\vec{F}_{ολικη} \neq 0$, τότε το υλικό σημείο αποκτά επιτάχυνση ($\vec{a}$) σε ίδια κατεύθυνση με τη συνισταμένη και ανάλογη με αυτή: $\vec{F}_{ολικη} = m \vec{a}$

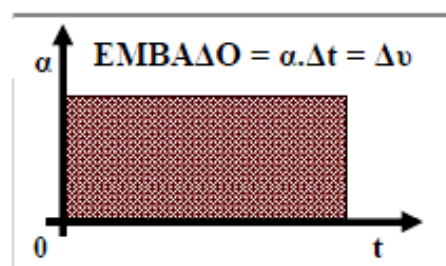
Στο S.I. : $1\text{N} = 1\text{Kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

ΧΡΟΝΟΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ Ε.Ο.ΜΕ.Κ.

1. Εξίσωση επιτάχυνσης

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \text{σταθερή}$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ



1. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ (Ε.Ο.ΜΕ.Κ.)

Αν οι δυνάμεις που ενεργούν σε ένα υλικό σημείο είναι σταθερές τότε είναι σταθερή και η συνισταμένη τους και η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.

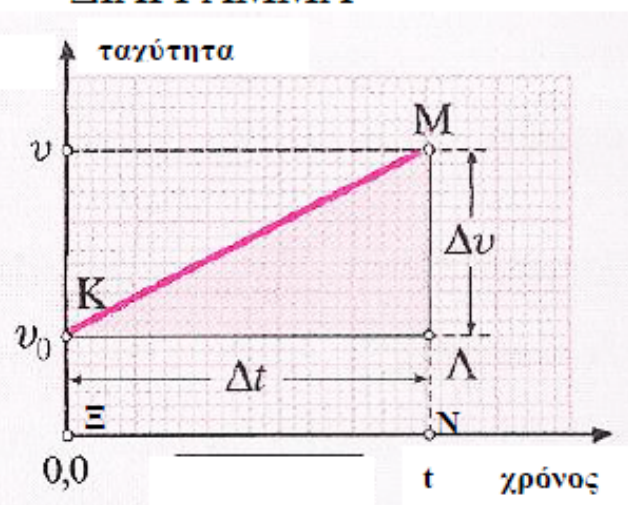
Αν η τροχιά είναι ευθεία γραμμή, τότε η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Αναλύουμε τις δυνάμεις σε κάθετες συνιστώσες και στον άξονα ($y'y$) γράφουμε τον πρώτο νόμο: $\Sigma F_y = 0$, ενώ στον άξονα ($x'x$) της ευθύγραμμης τροχιάς γράφουμε το δεύτερο νόμο: $\Sigma F_x = m \cdot a$ και υπολογίζουμε την αλγεβρική τιμή της σταθερής επιτάχυνσης.

Η μελέτη της κίνησης με χρονοεξισώσεις γίνεται μόνο αν η επιτάχυνση παραμένει ΣΤΑΘΕΡΗ.

2. Εξίσωση ταχύτητας

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ



$$\text{κλίση} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

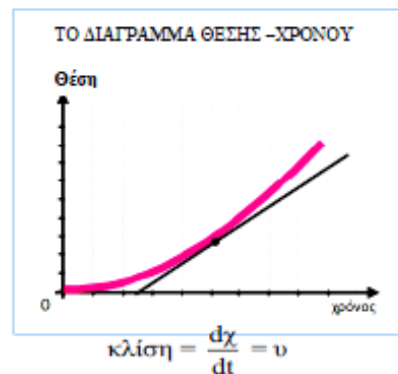
$$\text{Εμβαδό τραπεζίου (KMNE)} = \Delta \chi$$

3. Εξίσωση μετατόπισης

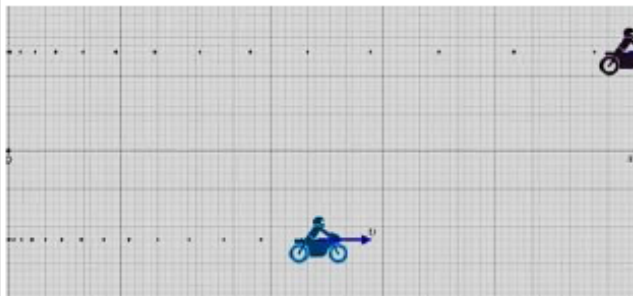
$$\Delta\chi = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

και εξίσωση θέσης

$$\chi = \chi_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$



ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ



$$\Theta.Μ.Κ.Ε : \Delta K = W_{ολικό}$$

$$\Delta K = K - K_0$$

$W_{ολικό} = +F_{ολικό} \cdot \Delta\chi$ αν $F_{ολικό}$ ομόρροπη της ταχύτητας
οπότε $K > K_0$ και $\Delta K > 0$

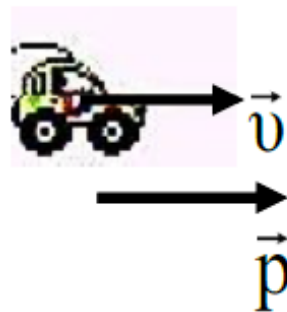
$$\frac{dK}{dt} = \frac{+F_{ολικό} d\chi}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = +F_{ολικό} \cdot v \quad \eta$$

$W_{ολικό} = -F_{ολικό} \cdot \Delta\chi$ αν $F_{ολικό}$ αντίρροπη της ταχύτητας
οπότε $K < K_0$ και $\Delta K < 0$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{-F_{ολικό} d\chi}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -F_{ολικό} \cdot v$$

όπου η ($F_{ολικό}$) και η (v) λαμβάνονται κατ' απόλυτη τιμή

Η ταχύτητα $\vec{v}$ αυξάνεται ή μειώνεται



Η ορμή $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ που είναι ομόρροπη της ταχύτητας αυξάνεται ή μειώνεται και αυτή

Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας που αποτελεί την επιτάχυνση είναι ομόρροπος ή αντίρροπος της ταχύτητας

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής που αποτελεί τη δύναμη είναι ομόρροπος ή αντίρροπος της ταχύτητας

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{a} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ολική}$$

ΟΙ ΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

Περιοδική κίνηση είναι κάθε κίνηση που επαναλαμβάνεται σε ίσα χρονικά διαστήματα.

A. Η ΠΕΡΙΟΔΟΣ (T) : Είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να ολοκληρωθεί μία φορά η περιοδική κίνηση.

$$T = \frac{\Delta t}{N}$$

Η περίοδος είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος παίρνει μόνο θετικές τιμές και έχει μονάδα στο S.I. το 1 sec.

B. Η ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ (f) : Είναι το φυσικό μέγεθος που εκφράζει τον αριθμό των επαναλήψεων της περιοδικής κίνησης στην μονάδα του χρόνου.

$$f = \frac{N}{\Delta t}$$

Η συχνότητα είναι παράγωγο και μονόμετρο φυσικό μέγεθος. Παίρνει μόνο θετικές τιμές και έχει μονάδα στο S.I. το 1 Hz, με πολλαπλάσια:

$$1 \text{ KHz} = 10^3 \text{ Hz}, 1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}, 1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}.$$

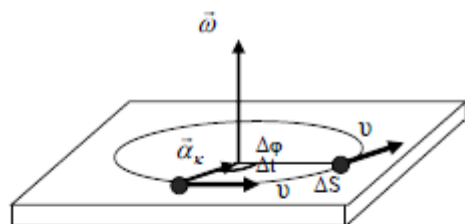
Από τον τρόπο υπολογισμού τους φαίνεται ότι η συχνότητα είναι αντίστροφη της περιόδου, δηλαδή:

$$f \cdot T = 1$$

Η ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ (Ο.Κ.Κ.) είναι η περιοδική κίνηση που κάνει ένα σημειακό κινητό όταν η τροχιά του είναι κυκλική γραμμή και σε ίσα χρονικά διαστήματα όσο μικρά κι αν είναι διανύει ίσα τόξα της κυκλικής τροχιάς, δηλαδή το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητάς τους είναι πάντα σταθερό.

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \text{σταθερό} \quad \omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \text{σταθερό}$$



Στην ομαλή κυκλική κίνηση η γραμμική ταχύτητα έχει σταθερό μέτρο και αλλάζει διαρκώς κατεύθυνση, ενώ η γωνιακή ταχύτητα είναι σταθερή συνεχώς και στο μέτρο και στην κατεύθυνση.

$$\Delta \phi = \frac{\Delta S}{R} \quad \Delta \phi = 1 \text{ rad}, \text{ αν } \Delta S = R.$$

Η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί σε όλο τον κύκλο που έχει μήκος τόξου $\Delta S = 2\pi \cdot R$ είναι $\Delta \phi = 360^\circ$ από τον τύπο όμως:

$$\Delta \phi = \frac{\Delta S}{R} \text{ ή } \Delta \phi = \frac{2\pi \cdot R}{R} \text{ ή } \Delta \phi = 2\pi$$

δηλαδή υπάρχει η κλίμακα μετατροπής:

$$\frac{360^\circ}{2\pi \text{ (rad)}}$$

οπότε γωνία $\Delta \mu^\circ$ είναι $\Delta \phi \text{ (rad)}$:

$$\frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{\Delta \mu^\circ}{\Delta \phi} \text{ ή } \Delta \phi = \frac{\Delta \mu^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \text{ (rad)}$$

Η περίοδος (T) είναι ο χρόνος για μια πλήρη περιφορά του κινητού, δηλαδή αν $\Delta t = T$ τότε το αντίστοιχο μήκος του τόξου που διανύει το κινητό θα είναι: $\Delta S = 2\pi R$

Έτσι από τον τύπο υπολογισμού του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας θα έχουμε:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \text{ ή } v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

Η συχνότητα είναι αντίστροφη της περιόδου δηλαδή $f = \frac{1}{T}$

Έτσι από τον προηγούμενο τύπο της γραμμικής ταχύτητας θα έχουμε:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{1/f} \text{ ή } v = 2\pi \cdot R \cdot f$$

Από τον τύπο υπολογισμού του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας, αν βάλουμε όπου $\Delta t = T$ τότε $\Delta \phi = 2\pi$ οπότε θα έχουμε:

$$\omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \text{ ή } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΑΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

$$\text{Επειδή } f = \frac{1}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1/f} \text{ ή } \omega = 2\pi \cdot f$$

ΣΧΕΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΓΩΝΙΑΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

$$\text{Είδαμε ότι : } v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \text{ ή } v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \quad (1)$$

Ακόμα ισχύει :

$$\omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \text{ ή } \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2)$$

Με διαίρεση κατά μέλη της (1) και της (2) έχουμε :

$$\frac{v}{\omega} = \frac{\frac{2\pi \cdot R}{T}}{\frac{2\pi}{T}} \text{ ή } \frac{v}{\omega} = R \text{ ή } v = \omega \cdot R$$

Η ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ($\vec{a}_k$)

Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι μια μεταβαλλόμενη κίνηση γιατί μεταβάλλεται η κατεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας παρόλο που το μέτρο της μένει σταθερό.

Η επιτάχυνση που είναι υπεύθυνη για την αλλαγή της κατεύθυνσης μόνο της γραμμικής ταχύτητας ενεργεί πάντα κάθετα στην γραμμική ταχύτητα και λέγεται κεντρομόλος επιτάχυνση ($\vec{a}_k$).

Ως διανυσματικό μέγεθος έχει :

- Σημείο εφαρμογής το κινητό.
- Κατεύθυνση ακτινική προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.
- Σταθερό μέτρο στην ομαλή κυκλική κίνηση που υπολογίζεται από την ισότητα :

$$\alpha_k = \frac{v^2}{R} \text{ όπου}$$

v = μέτρο της γραμμικής ταχύτητας και R = μήκος ακτίνας της κυκλικής τροχιάς.

Η επιτάχυνση που αλλάζει την αλγεβρική τιμή της γραμμικής ταχύτητας ενεργεί εφαπτομενικά στην τροχιά και λέγεται επιτρόχια επιτάχυνση. Στην ομαλή κυκλική κίνηση αυτή είναι μηδέν.

Έτσι η συνολική επιτάχυνση της ομαλής κυκλικής κίνησης είναι μόνο η κεντρομόλος : $\vec{a} = \vec{a}_k$

Άλλες εκφράσεις του μέτρου της κεντρομόλου επιτάχυνσης :

$$\alpha_k = \frac{v^2}{R}, \quad v = \omega \cdot R \quad \text{άρα} \quad \alpha_k = \omega^2 \cdot R$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \quad \text{άρα} \quad \alpha_k = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R = 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot R$$

Στην ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ $\Delta K=0$ αφού το ΜΕΤΡΟ (v = ΣΤΑΘΕΡΟ) και $W_{\text{κεντρομόλου}}=0$ ενώ

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = F_{\text{κεντρομόλος}} \text{ ακτινική προς το κέντρο με μέτρο } \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΟΜΑΛΗ

Αν ένα σημειακό σώμα κινείται ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΑ θα σημειώνουμε σ' αυτό όλες τις ασκούμενες δυνάμεις είτε από επαφή είτε από απόσταση και όσες δυνάμεις δε βρίσκονται πάνω στην ταχύτητα και κάθετα σ' αυτήν αναλύονται σε συνιστώσες.

Γράφουμε τις ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΣΥΝΟΗΚΕΣ :

Για τον άξονα της ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ($\vec{v}$) ($x'y$) τον Β' ΝΟΜΟ του NEWTON ή Θ.Ν.Μ.

$$\Sigma F_{(v)} = m \cdot a_{\epsilon} \quad (1)$$

Στο αλγεβρικό άθροισμα θετική θεωρούμε τη φορά της ταχύτητας.

Για τον άξονα της ΑΚΤΙΝΑΣ (R) ($y'y$) πάλι τον Β' ΝΟΜΟ του NEWTON ή Θ.Ν.Μ.

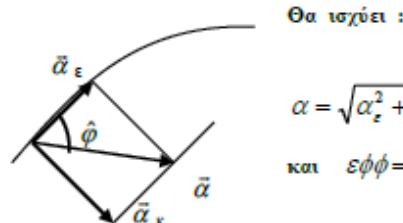
$$\Sigma F_{(r)} = m \cdot a_k = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad (2)$$

Στο αλγεβρικό άθροισμα θετική θεωρούμε τη φορά προς το κέντρο καμπυλότητας.

Από την (1) υπολογίζουμε την ΕΠΙΤΡΟΧΙΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ (a_{ϵ}). Αν είναι ΘΕΤΙΚΗ η γραμμική ταχύτητα ΑΥΞΑΝΕΙ το ΜΕΤΡΟ της. Αν είναι ΑΡΝΗΤΙΚΗ η γραμμική ταχύτητα ΕΛΑΤΤΩΝΕΙ το ΜΕΤΡΟ της.

Από την (2) υπολογίζουμε την ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ (a_k).

Η συνολική επιτάχυνση θα είναι το διανυσματικό άθροισμα της επιτρόχιας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης και θα ενεργεί με τυχαίο προσανατολισμό.



Θα ισχύει :

$$\alpha = \sqrt{\alpha_{\epsilon}^2 + \alpha_k^2}$$

$$\text{και } \epsilon\phi\phi = \frac{\alpha_k}{\alpha_{\epsilon}}$$

Στη ΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ

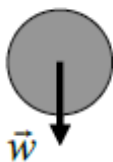
$$\Delta K = W_{\text{ολική}} \neq 0$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = F_{\text{ολική}} \text{ ακτινική προς το κέντρο με μέτρο } \frac{d\vec{p}}{dt} = m\sqrt{\alpha_k^2 + \alpha_{\epsilon}^2}$$

ΟΙ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

1. ΤΟ ΒΑΡΟΣ ($\vec{B}$ ή $\vec{w}$)

$$\vec{w} = m \cdot \vec{g}$$



Το σημείο εφαρμογής του βάρους λέγεται κέντρο βάρους του σώματος. Αν το σώμα είναι ΟΜΟΓΕΝΕΣ και έχει γεωμετρικό κέντρο ΑΥΤΟ είναι και το ΚΕΝΤΡΟ ΒΑΡΟΥΣ του σώματος.

Το βάρος, όπως και κάθε δύναμη, μπορεί να υπολογισθεί και έμμεσα από τους Νόμους των Δυνάμεων του Newton (τον 1ο, τον 2ο και πιθανότατα από τον 3ο).

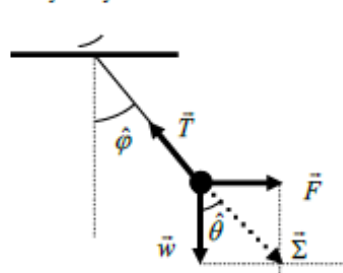
2. Η ΤΑΣΗ ($\vec{T}$)

Το ΜΕΤΡΟ της ΤΑΣΗΣ μεταβάλλεται ανάλογα με την κατάσταση του ΣΩΜΑΤΟΣ και τη θέση του νήματος και υπολογίζεται πάντα έμμεσα από τους νόμους του Newton.

Αν το σώμα ισορροπεί θα ισχύει τότε ο 1^{ος} ΝΟΜΟΣ του NEWTON :

$\vec{F}_{ολισθ} = 0$ δηλαδή η συνισταμένη των δύο δυνάμεων θα είναι αντίθετη της τρίτης δύναμης.

$\sigmaυν\theta = \frac{w}{\Sigma}$ όμως κατά μέτρο $\Sigma = T$ και οι γωνίες $\hat{\phi} = \hat{\theta}$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά.



Επομένως θα είναι :

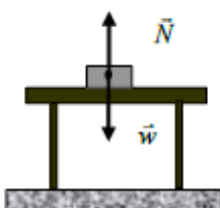
$$\sigmaυν\phi = \frac{w}{T} \text{ άρα τελικά θα}$$

$$\text{έχουμε : } T = \frac{m \cdot g}{\sigmaυν\phi}$$

Αν το σώμα επιταχύνεται θα ισχύει τότε ο 2^{ος} ΝΟΜΟΣ του NEWTON :

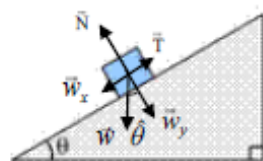
3. ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΡΙΞΗΣ

Η δύναμη «ΚΑΘΕΤΗ ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ» ($\vec{N}$ ή $\vec{F}_x$) αποτελεί την



αντίδραση του επιπέδου στήριξης που είναι κάθετη στην επιφάνεια επαφής των σωμάτων. Η δύναμη αυτή είναι δύναμη επαφής και δεν έχει συγκεκριμένη τιμή. Μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή, ανάλογα με την κινητική συμπεριφορά του σώματος, από μηδέν έως μια μέγιστη τιμή που λέγεται αντοχή του δαπέδου.

Το σώμα ισορροπεί : $\Sigma F = 0 \rightarrow N = w$



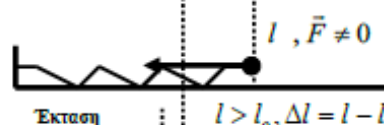
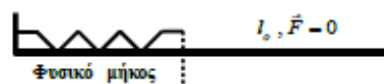
Το σώμα ισορροπεί :

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w_y$$

$$\Rightarrow N = w \cdot \sigmaυν\hat{\theta}$$

4. ΔΥΝΑΜΗ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

Το ιδανικό ελατήριο δεν έχει μάζα, δεν εμφανίζει εσωτερικές τριβές και υπακούει στο ΝΟΜΟ ΤΟΥ HOOKE ή ΝΟΜΟ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ



συμπίεση $l_0 > l$, $\Delta l = l_0 - l$

«Οι ελαστικές παραμορφώσεις είναι ανάλογες με τις δυνάμεις που τις προκαλούν».

Ο ΝΟΜΟΣ του HOOKE ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ διατυπώνεται ως εξής :

$$F = -k \cdot \Delta l$$

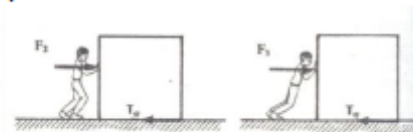
ΟΙ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΡΙΒΗΣ

5. Η ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΡΙΒΗ

Ένα βαρύ κιβώτιο βρίσκεται στο οριζόντιο δάπεδο στη μέση του δωματίου του Κώστα. Το κιβώτιο ισορροπεί με την επίδραση του βάρους του και της αντίθετης δύναμης στήριξης.



Ο Κώστας ασκεί οριζόντια δύναμη και το κιβώτιο δεν μετακινείται. Ασκείται **ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΡΙΒΗ** και $\Sigma F_x = 0$.



Ο Κώστας αυξάνει τη δύναμη ολοένα και περισσότερο, αλλά το κιβώτιο «επιμένει» να στέκεται ακίνητο στη θέση του. Σε κάποια στιγμή που το μέτρο της δύναμης του Κώστα γίνεται F το κιβώτιο φαίνεται έτοιμο να ξεκινήσει. Αυτό σημαίνει ότι το δάπεδο δεν έχει άλλα περιθώρια να συγκρατήσει το σώμα.

Υπάρχει δηλαδή κάποιο μέγιστο στην τιμή της στατικής τριβής που ασκεί η επιφάνεια του δαπέδου στην επιφάνεια του σώματος. Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής ονομάζεται οριακή τριβή (T_{op} δηλαδή $\vec{T}_{στmax} = \vec{T}_{op}$). Τελικά για την τιμή της στατικής τριβής θα ξέρουμε ότι δεν είναι συγκεκριμένη αλλά μπορεί να είναι οποιαδήποτε μέσα στην περιοχή:

$0 \leq T_{στ} \leq \mu_{op} \cdot N$. Η τιμή μηδέν θα αντιστοιχεί στην κατάσταση του σώματος που μένει ακίνητο και δεν «επιθυμεί» να ολισθήσει στο δάπεδο και η τιμή η μέγιστη θα αντιστοιχεί στην κατάσταση που το σώμα μένει ακίνητο αλλά είναι έτοιμο να συρθεί στο δάπεδο.

Σε κάθε περίπτωση αφού το σώμα θα είναι ακίνητο η τιμή της στατικής τριβής θα είναι ίση με το μέτρο της συνισταμένης των υπολοίπων δυνάμεων που ενεργούν στο σώμα παράλληλα στο δάπεδο ώστε συνολικά να ισχύει: $\Sigma F_x = 0$

Αξίζει να προσέξουμε την κατεύθυνση της στατικής τριβής. Είναι πάντα παράλληλη στην επιφάνεια επαφής των σωμάτων και αντίθετη προς την φορά που «επιθυμεί» το σώμα να κινηθεί.

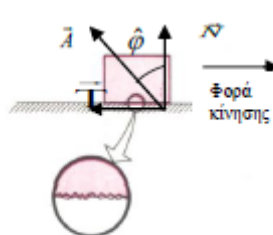
6. Η ΤΡΙΒΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

Εμφανίζεται στις επιφάνειες δύο αντικειμένων όταν βρίσκονται σε επαφή και σε σχετική κίνηση.

Είναι παράλληλη στην επιφάνεια επαφής και αντίθετης φοράς από την φορά που κινείται το σώμα στο οποίο ασκείται. Η τιμή της είναι λίγο μικρότερη από την τιμή της οριακής τριβής. Γι' αυτό αν ένα πρόβλημα δεν τις διαφοροποιεί θα τις θεωρούμε ίσες.

Οι εμπειρικοί νόμοι της τριβής ολίσθησης είναι οι εξής:

1. Η τριβή ολίσθησης ($\vec{T}$) είναι ανεξάρτητη από το εμβαδόν της κοινής επιφάνειας επαφής των σωμάτων.
2. Η τριβή ολίσθησης ($\vec{T}$) είναι ανεξάρτητη από την σχετική ταχύτητα των σωμάτων.
3. Η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο που εξαρτάται από το είδος των επιφανειών επαφής (βαθμός λείανσης, υλικά, θερμοκρασία).
4. Η τριβή ολίσθησης είναι ανάλογη της κάθετης δύναμης στήριξης (N) με την οποία συμπίπτουν οι επιφάνειες.



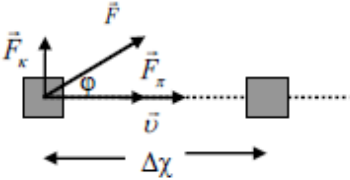
$T = \mu \cdot N$, όπου (N) είναι το μέτρο της κάθετης δύναμης στήριξης και (μ) είναι ένα μέγεθος χωρίς μονάδες (αδιάστατο) που εξαρτάται από την φύση των επιφανειών επαφής των σωμάτων.

Η ολική αντίδραση του δαπέδου θα είναι πάλι ($\vec{A}$) που θα είναι η συνισταμένη των αντιδράσεών του.

Θα έχει μέτρο: $A = \sqrt{T^2 + N^2}$ και κατεύθυνση τέτοια ώστε:

$$\varepsilon\phi\phi = \frac{T}{N} \text{ η γωνία } \phi \text{ λέγεται γωνία τριβής.}$$

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι λίγο μικρότερος από τον συντελεστή οριακής τριβής, αλλά σε προβλήματα που δεν διαφοροποιούνται από την εκφώνηση θεωρούνται ίσοι.

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ	
1. ΜΕ ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (Θ.Μ.Κ.Ε.)	2. ΜΕ ΤΗΝ ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (Α.Δ.Μ.Ε.)
ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ $K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \geq 0$ Η μονάδα της στο διεθνές σύστημα (S.I.) είναι το : $1 \text{ joule} = 1 \text{ Kg} \cdot 1 \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2}$ Είναι μονόμετρο μέγεθος αφού η ταχύτητα συμμετέχει ΜΕ ΤΟ ΜΕΤΡΟ της στον τύπο . Έργο (W) Είναι μονόμετρο μέγεθος και όταν εμφανίζεται τότε θα μεταφέρεται ενέργεια από ένα σώμα σε ένα άλλο , ή θα μετατρέπεται ενέργεια από μια μορφή σε μια άλλη μορφή ή θα γίνονται ταυτόχρονα και τα δύο . Α. ΕΡΓΟ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ Το σημείο εφαρμογής της διαγράφει ευθύγραμμη τροχιά και σχηματίζει με την ταχύτητα μετακίνησης του σημείου εφαρμογής της τυχαία γωνία (φ) .  Η κάθετη συνιστώσα της δύναμης δεν παράγει έργο γιατί δεν μπορεί να αλλάξει το μέτρο της ταχύτητας και κατά συνέπεια την κινητική ενέργεια άρα δεν παράγει έργο . Έτσι το έργο της δύναμης ισούται μόνο με το έργο της παράλληλης συνιστώσας της στη ταχύτητα . Επομένως θα ισχύει : $W = F_{\pi} \cdot \Delta x \quad \text{όμως} \quad F_{\pi} = F \cdot \sin \varphi$ Άρα προκύπτει : $W = F \cdot \Delta x \cdot \sin \varphi$ Μονάδα έργου στο S.I. είναι το $1 \text{ joule} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$	Όταν μια διατηρητική δύναμη , παράγει έργο τότε θα μεταβάλλεται ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ (K) και μια άλλη ενέργεια που λέγεται ΔΥΝΑΜΙΚΗ (U) και για να ικανοποιείται η αρχή διατήρησης της ενέργειας θα πρέπει η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας να είναι αντίθετη της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος δηλαδή : $\Delta U = - \Delta K$ <u>Από το Θ.Μ.Κ.Ε. όμως $\Delta K = W$ και χρησιμοποιώντας και την προηγούμενη εξίσωση έχουμε :</u> $\Delta U = - W_{\text{διατηρητικής δύναμης}}$ <u>Δηλαδή η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας , όταν ένα σώμα κινείται μεταξύ δύο θέσεων (Α και Β) , ώστε η διατηρητική δύναμη να παράγει έργο , είναι αντίθετη του έργου της διατηρητικής δύναμης .</u> Οπότε και το ΕΡΓΟ της ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ θα είναι ΑΝΤΙΘΕΤΟ της ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ της ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ : $W_{AB} = - (U_B - U_A) \quad \text{ή} \quad W_{AB} = U_A - U_B \quad (1)$ Αν πρέπει να ορίσουμε τιμές ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ πρέπει να θεωρήσουμε κάπου την ΜΗΔΕΝΙΚΗ ΤΙΜΗ ... Αν επιλέξουμε το σημείο (Β) ως σημείο μηδενικής δυναμικής ενέργειας τότε από την εξίσωση (1) έχουμε για την δυναμική ενέργεια του σώματος στην θέση (Α) : $U_A = W_{\text{της διατηρητικής δύναμης από το σημείο (Α) μέχρι το σημείο (Β) στο οποίο } U=0}$ Α. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ Αν το πεδίο βαρύτητας είναι ομογενές (g = σταθερό) Η δυναμική ενέργεια βαρύτητας του σώματος στην θέση (Α) είναι : $U_A = + m \cdot g \cdot h$ Σε προβλήματα το επίπεδο αναφοράς Δυναμικής Ενέργειας Βαρύτητας (δηλαδή τα σημεία που $U=0$) ορίζεται αυθαίρετα και φυσικά αν το σώμα βρίσκεται κάτω από επίπεδο αναφοράς η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ παίρνει ΑΡΝΗΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ . Για να αποφεύγονται οι αρνητικές τιμές μπορούμε να επιλέξουμε ως επίπεδο αναφοράς ΤΟ ΚΑΤΩΤΕΡΟ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ που περνά από μία από τις θέσεις του σημειακού

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

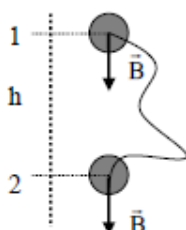
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ

1. Αν η γωνία $\varphi = 0^\circ$ τότε ($W \rightarrow \max$, αφού $\sin \varphi = 1$) και $W = F \cdot \Delta\chi$
2. Αν η γωνία $\varphi = 90^\circ$ τότε $W = 0$, αφού $\sin \varphi = 0$
Τέτοιες περιπτώσεις δυνάμεων είναι το ΒΑΡΟΣ (B), για οριζόντιες μετακινήσεις, η ΚΑΘΕΤΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΡΙΞΗΣ (N), ΠΑΝΤΟΤΕ, η ΤΑΣΗ ΝΗΜΑΤΟΣ ή ΡΑΒΔΟΥ για ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ ΣΩΜΑΤΟΣ, δεμένου σε νήμα ή ράβδο, η ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΔΥΝΑΜΗ.
3. Αν $0 \leq \varphi < 90^\circ$ τότε $W > 0$, αφού $\sin \varphi > 0$, ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΟ ΕΡΓΟ, $\Delta K > 0$.
4. Αν $90^\circ < \varphi \leq 180^\circ$ τότε $W < 0$, αφού $\sin \varphi < 0$, ΚΑΤΑΝΑΛΙΣΚΟΜΕΝΟ ΕΡΓΟ ή ΑΝΘΙΣΤΑΜΕΝΟ ΕΡΓΟ και η ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΜΕΙΩΝΕΤΑΙ, $\Delta K < 0$.
Η πιο χαρακτηριστική περίπτωση ΚΑΤΑΝΑΛΙΣΚΟΜΕΝΟΥ ΕΡΓΟΥ είναι της τριβής ολίσθησης (T) : Επειδή $\varphi = 180^\circ$, $\sin \varphi = -1$

$$\text{και } W = -T \cdot \Delta\chi$$

Εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα και μετατρέπεται σε ΘΕΡΜΙΚΗ : $Q = Q = |W| \Rightarrow Q = T\Delta\chi$

B. ΕΡΓΟ ΒΑΡΟΥΣ



Το έργο του βάρους είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολουθεί το σημείο εφαρμογής του και για το έργο αυτό ισχύει :

$$\text{ΕΙΝΑΙ ΘΕΤΙΚΟ ΓΙΑ ΚΑΘΟΔΟ } W_{1 \rightarrow 2} = +B \cdot h$$

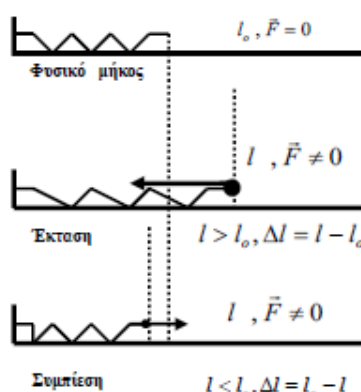
$$\text{ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΓΙΑ ΑΝΟΔΟ } W_{2 \rightarrow 1} = -B \cdot h$$

Τέτοιες δυνάμεις, που το έργο τους είναι ανεξάρτητο της διαδρομής και σε κλειστή διαδρομή δεν παράγουν έργο ΛΕΓΟΝΤΑΙ ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ή ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ (ΒΑΡΥΤΙΚΕΣ, ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ, ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ κ. λ. π.)

Αν οι διαστάσεις του στερεού ΔΕΝ ΑΙΓΝΟΟΥΝΤΑΙ τότε το ύψος (h) είναι η ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ του ΚΕΝΤΡΟΥ ΒΑΡΟΥΣ του στερεού από το ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας.

B. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

Η δυναμική ενέργεια έχει νόημα μόνο για διατηρητικές δυνάμεις όπως οι βαρυτικές, ελαστικές, οι ηλεκτροστατικές και άλλες.



Αν θεωρήσουμε τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου σημείο αναφοράς, δυναμικής ενέργειας για τη διατηρητική δύναμη του ελατηρίου τότε στη θέση έκτασης ή συμπίεσης το ελατήριο έχει ΠΑΝΤΑ ΘΕΤΙΚΗ δυναμική ενέργεια,

αφού είναι ίση με το ΕΡΓΟ ΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΜΕΧΡΙ ΤΟ ΦΥΣΙΚΟ ΜΗΚΟΣ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΘΕΤΙΚΟ ΚΑΙ ΙΣΟ ΜΕ :

$$U = W \Rightarrow U = \frac{1}{2} k \Delta l^2 \geq 0$$

ΜΕΓΕΘΗ ΠΟΥ ΔΙΑΤΗΡΟΥΝΤΑΙ

Από τον τρόπο που ορίσαμε την δυναμική ενέργεια είδαμε ότι όταν ένα σώμα κινείται έτσι ώστε να εργάζεται μόνο μια διατηρητική δύναμη, τότε θα μεταβάλλεται και η δυναμική και η κινητική ενέργεια του σώματος έτσι ώστε μεταξύ δύο θέσεων (A, B) να ισχύει :

$$\Delta U_{A,B} = -\Delta K_{A,B} \quad \text{ή} \quad U_B - U_A = -(K_B - K_A)$$

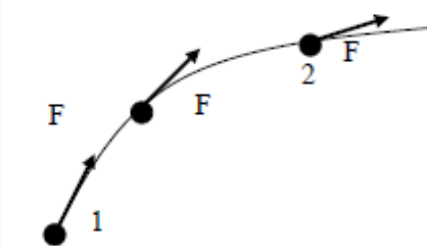
$$\text{Άρα : } U_B + K_B = U_A + K_A$$

Το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας αποτελεί τη ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ (E).

$$E = U + K$$

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

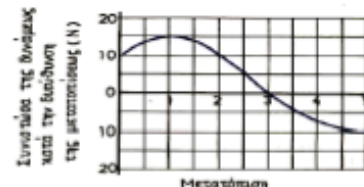
Γ. ΕΡΓΟ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΠΟΥ ΕΦΑΠΤΕΤΑΙ ΣΕ ΚΑΜΠΥΛΗ ΤΡΟΧΙΑ



απόλυτη τιμή με το προηγούμενο αλλά

$$W = \pm F \cdot l$$

Δ. ΕΡΓΟ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑΒΑΛΟΝΤΟΣ ΜΕΤΡΟΥ



Το αλκικό έργο που παράγει μία δύναμη ισούται με το εμβαδόν μεταβλητής καμπύλης και του άξονα μετατοπίσεων.

να είναι ή ΘΕΤΙΚΟ (πρώτο μέρος της καμπύλης από 0 έως 3 m) ή ΑΡΝΗΤΙΚΟ (δεύτερο μέρος της καμπύλης από 3m έως 5m).

Το ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΕΡΓΟ είναι το ΑΘΡΟΙΣΜΑ των δύο εμβαδών που εδώ προκύπτει ΘΕΤΙΚΟ

Ε. ΕΡΓΟ ΔΥΝΑΜΗΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

Όπως και το έργο του Βάρους, έτσι και το έργο της δύναμης του ελατηρίου δεν εξαρτάται από τη διαδρομή και από μια αρχική θέση με παραμόρφωση $\Delta l_{\text{αρχική}}$ (έκταση ή συμπίεση), σε μια τελική θέση με παραμόρφωση $\Delta l_{\text{τελική}}$ (έκταση ή συμπίεση) το έργο είναι :

$$W_{\text{αρχική} \rightarrow \text{τελική}} = \frac{1}{2} k \Delta l_{\text{αρχική}}^2 - \frac{1}{2} k \Delta l_{\text{τελική}}^2$$

Το έργο της δύναμης του ελατηρίου όπως του Βάρους ΜΠΟΡΕΙ να είναι άλλοτε ΘΕΤΙΚΟ και άλλοτε ΑΡΝΗΤΙΚΟ .

Όταν αυξάνεται η παραμόρφωση του ελατηρίου ΕΙΝΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟ και όταν μειώνεται η παραμόρφωση του ελατηρίου ΕΙΝΑΙ ΘΕΤΙΚΟ

Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.)

Όταν δηλαδή ένα σώμα κινείται μέσα σε ένα πεδίο διατηρητικής δύναμης, έτσι ώστε να παράγεται έργο μόνο από την διατηρητική δύναμη, το σώμα θα αλλάζει διαρκώς και την δυναμική και την κινητική του ενέργεια, το άθροισμά τους όμως θα παραμένει χρονικά και τοπικά σταθερό. Αυτό το σταθερό άθροισμα, με την προϋπόθεση ότι εργάζεται μόνο η διατηρητική δύναμη, λέγεται μηχανική ενέργεια ($E = U + K$) και η προηγούμενη πρόταση αποτελεί την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.) .

Φυσικά αν στο σώμα ασκούνται μη συντηρητικές δυνάμεις και παράγουν έργο, ΤΟΤΕ Η ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ και η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας ισούται με το ΑΛΓΕΒΡΙΚΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ όλων των έργων των ΜΗ ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ.

- Αν οι μη συντηρητικές δυνάμεις είναι τριβές ή αντιστάσεις, που παράγουν ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΕΡΓΟ, η μηχανική ενέργεια του σώματος θα μειώνεται και θα μετατρέπεται σε θερμική.
- Το έργο των τριβών και των αντιστάσεων κατ' απόλυτη τιμή εκφράζει το ποσό της θερμικής ενέργειας που εκλύεται (Q).

Δηλαδή :

$$Q = |W_{\text{τριβών ή αντιστάσεων}}| = E_{\text{αρχική}} - E_{\text{τελική}}$$

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ	
1. ΜΕ ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (Θ.Μ.Κ.Ε.)	2. ΜΕ ΤΗΝ ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (Α.Δ.Μ.Ε.)
« Αν σε ένα σώμα που μετακινείται οι ασκούμενες δυνάμεις παράγουν συνολικά έργο , τότε μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του σώματος και η μεταβολή της θα ισούται με το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα αυτό » . $K - K_0 = W_{\text{ολικό}} \quad \text{ή} \quad \Delta K = \Sigma W$ Είναι η εξίσωση του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.) που διατυπώνεται ως εξής : <u>Το συνολικό έργο των δυνάμεων είναι ή το έργο της συνισταμένης τους ή το Αλγεβρικό Άθροισμα των έργων που παράγουν αυτές.</u> Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε) ή αλλιώς το θεώρημα έργου-ενέργειας: ➤ Εφαρμόζεται για ένα σώμα. ➤ Ισχύει ΠΑΝΤΑ, ανεξάρτητα από το είδος των ασκούμενων δυνάμεων και το είδος της τροχιάς του σώματος . ➤ Το ΘΜΚΕ μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε περίπτωση αλλά ορισμένες φορές δεν μας βοηθά στη λύση ενός προβλήματος, όπως π.χ. στις εξής δύο περιπτώσεις: i. Αν στα δεδομένα ή στα ζητούμενα εμπλέκεται ο χρόνος (αυτό δεν σημαίνει, ότι σε συνδυασμό με άλλες εξισώσεις, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και το ΘΜΚΕ, αλλά από μόνο του δε δίνει λύση) ii. Αν μελετάμε ένα σύστημα σωμάτων που αλληλεπιδρούν. Αυτό, στην περίπτωση που δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης αλληλεπίδρασης για το ένα σώμα.	Η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.) ➤ Εφαρμόζεται για ένα σύστημα σωμάτων και όχι για ένα σώμα. ➤ Ισχύει ΜΟΝΟ, αν οι όλες οι δυνάμεις που παράγουν έργο, είναι συντηρητικές (Διατηρητικές). i) Αν ένα σώμα κινείται στο βαρυτικό πεδίο της Γης, μέλος του συστήματος είναι και η Γη, αλλά συνήθως το «ξεχνάμε», μιας και η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σώμα-Γη, συνδέεται με την κινητική ενέργεια του σώματος. Έτσι λέμε «η δυναμική ενέργεια του σώματος» πράγμα που ενώ δεν είναι σωστό, ίσως απλοποιεί τα πράγματα και διευκολύνει τους μαθητές. ii) Όταν εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ, μπορεί να ασκούνται διάφορες δυνάμεις στο σύστημά μας, που να μην είναι συντηρητικές. Αρκεί οι δυνάμεις αυτές να μην παράγουν έργο.

Η ΟΡΜΗ ΚΑΙ Η ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Ο ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ NEWTON Η ΟΡΜΗ ΚΑΙ Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

ΤΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ $\vec{F} \cdot \Delta t$

ΕΙΝΑΙ ΠΟΛΥ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ αφού καθορίζει με μοναδικό τρόπο τη μεταβολή της ταχύτητας του ίδιου σώματος

Από τον Θ.Ν.Μ. : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη επί Δt προκύπτει :

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} \cdot \Delta t \Rightarrow \vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v} - m \cdot \vec{v}_0$$

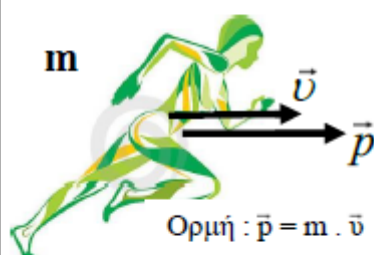
Πολλαπλασιάζοντας δύο φυσικά μεγέθη παράγεται ένα ΝΕΟ φυσικό μέγεθος .

Αν τα μεγέθη είναι ΜΟΝΟΜΕΤΡΑ και το ΝΕΟ φυσικό μέγεθος είναι ΜΟΝΟΜΕΤΡΟ (ΒΑΘΜΩΤΟ)

Αν όμως πολλαπλασιάζουμε ΜΟΝΟΜΕΤΡΟ ΕΠΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΦΥΣΙΚΟ μέγεθος προκύπτει ΝΕΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΦΥΣΙΚΟ ΜΕΓΕΘΟΣ.

Αν το ΜΟΝΟΜΕΤΡΟ είναι ΘΕΤΙΚΟ ΤΟ ΝΕΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ είναι ΟΜΟΡΡΟΠΟ με το ΑΡΧΙΚΟ

Αν το ΜΟΝΟΜΕΤΡΟ είναι ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΤΟ ΝΕΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ είναι ΑΝΤΙΡΡΟΠΟ από το ΑΡΧΙΚΟ



Ορμή : $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ ΟΜΟΡΡΟΠΗ της ταχύτητας

Από τον Θ.Ν.Μ. πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη επί Δt προέκυψαν τελικά δύο νέα διανυσματικά μεγέθη , το πρώτο : $\vec{F} \cdot \Delta t$ που λέγεται : ΩΘΗΣΗ της ΔΥΝΑΜΗΣ $\vec{\Omega} = \vec{F} \cdot \Delta t$ και το δεύτερο $m \cdot \vec{v}$ που λέγεται : ΟΡΜΗ ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Από το Θ.Ν.Μ. πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη επί Δt προέκυψε τελικά ότι : $\vec{\Omega} = \vec{p} - \vec{p}_0$ ή $\vec{\Omega} = \Delta \vec{p}$

ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΩΘΗΣΗΣ - ΟΡΜΗΣ

ή

ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Στο S.I. η ορμή έχει μονάδα το : $1 \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ και η ώθηση το $1 \text{ N} \cdot \text{sec}$ που είναι ισοδύναμες. Η ώθηση προκαλεί ΜΕΤΑΒΟΛΗ της ΟΡΜΗΣ , όπως το έργο προκαλεί μεταβολή της κινητικής ενέργειας .

Από τα προηγούμενα φαίνεται ότι όταν ασκείται δύναμη σε ένα σώμα μεταβάλλεται , οπωσδήποτε το διάνυσμα της ταχύτητάς του και κατά συνέπεια και το διάνυσμα της ορμής του , γιατί η οποιαδήποτε δύναμη προκαλεί ΩΘΗΣΗ και κατά συνέπεια ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ .

Ο ΤΡΙΤΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ NEWTON Η ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΚΑΙ Η ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Ας θυμηθούμε ότι :

Σύστημα σωμάτων : Είναι ένα σύνολο σωμάτων , τα οποία απομονώνουμε , νοητικά , από το περιβάλλον και μελετάμε ενιαία τη συμπεριφορά τους .

Εξωτερικές Δυνάμεις : Είναι οι δυνάμεις που ασκούνται από σώματα που δεν ανήκουν στο σύστημα (περιβάλλον) στα σώματα του συστήματος .

Όταν δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή ασκούνται αλλά συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν το σύστημα λέγεται μονωμένο .

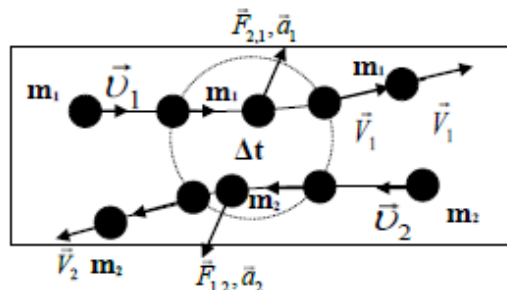
Εσωτερικές Δυνάμεις : Είναι οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης που ασκούνται δηλαδή μεταξύ των μελών του συστήματος. Η συνισταμένη των εσωτερικών δυνάμεων είναι πάντα μηδέν αφού ανά δύο είναι αντίθετες , σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Newton .

Πιο κάτω θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά ενός μονωμένου συστήματος δύο σωμάτων εξαιτίας των δυνάμεων αλληλεπίδρασης .

Να υποθέσουμε ότι παρακολουθούμε την κίνηση δύο σωματιδίων με ηλεκτρικά φορτία ίδιου πρόσημου (ομώνυμα) , που είναι πολύ μακριά από άλλα σώματα και δεν υφίστανται κανενός είδους «εξωτερικές» επιδράσεις .

Αρχίζουμε τη μελέτη όταν τα σώματα εκτοξεύονται από πολύ μακριά , ώστε να πλησιάζουν σε παράλληλες ευθείες που είναι κοντά η μια με την άλλη . Όσο η απόστασή τους είναι μεγάλη δεν αλληλεπιδρούν και οι ταχύτητές τους μένουν σταθερές .

Τα σωματίδια κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά .



Από ένα σημείο και πέρα η αλληλεπίδραση εκδηλώνεται αφού τα σωματίδια πλησιάζουν . Αυτό γίνεται μέσα στον εστιγμένο κύκλο . Τώρα οι ταχύτητές τους μεταβάλλονται κι αυτό διαρκεί επί ορισμένο χρόνο , όσο διαρκεί η αλληλεπίδρασή τους . Στη συνέχεια απομακρύνονται πάλι και κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά . Ας υποθέσουμε ότι η αλληλεπίδραση διήρκεσε χρόνο Δt , τότε για τόσο χρόνο επιταχύνθηκαν και τα δύο σωματίδια .

Το φαινόμενο της ισχυρής αλληλεπίδρασης των σωματιδίων που διαρκεί για πολύ λίγο χρόνο , το χαρακτηρίζουμε ως κρούση .

Στη σύγχρονη φυσική των σωματιδίων χαρακτηρίζεται και ως σκέδαση .

Στη μηχανική για να γίνει αλληλεπίδραση πρέπει να υπάρξει επαφή των σωμάτων , αφού οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης στη μηχανική είναι δυνάμεις επαφής .

Ας επανέλθουμε στο φαινόμενο της αλληλεπίδρασης των δύο σωματιδίων και ας εφαρμόσουμε τώρα τους νόμους της κίνησης του Newton .

Κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης των δύο σωματιδίων ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα υποστηρίζει ότι :

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

Και εφαρμόζοντας για κάθε σώμα των θεμελιώδη νόμο της μηχανικής (2^ο Νόμο του Νεύτωνα) θα έχουμε :

$$m_2 \cdot \vec{a}_2 = -m_1 \cdot \vec{a}_1$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot \frac{\vec{V}_2 - \vec{U}_2}{\Delta t} = -m_1 \cdot \frac{\vec{V}_1 - \vec{U}_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot (\vec{V}_2 - \vec{U}_2) = -m_1 \cdot (\vec{V}_1 - \vec{U}_1)$$

$$\Rightarrow m_2 \vec{V}_2 - m_2 \vec{U}_2 = -m_1 \vec{V}_1 + m_1 \vec{U}_1$$

$$\Rightarrow m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2 = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$$

$$\Rightarrow \vec{p}_{1\text{αρχική}} + \vec{p}_{2\text{αρχική}} = \vec{p}_{1\text{τελική}} + \vec{p}_{2\text{τελική}}$$

$$\Rightarrow \vec{p}_{\text{ολική αρχική}} = \vec{p}_{\text{ολική τελική}}$$

«Σε ένα σύστημα σωμάτων που αλληλεπιδρούν και δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις (μονωμένο σύστημα) οι ορμές των σωμάτων που είναι μέλη του συστήματος μεταβάλλονται , εξαιτίας των δυνάμεων αλληλεπίδρασης , η ολική ορμή του συστήματος όμως κάθε χρονική στιγμή παραμένει σταθερή στο μέτρο και στην κατεύθυνση αφού η συνισταμένη των δυνάμεων αλληλεπίδρασης για το σύστημα των σωμάτων είναι μηδέν».

Ή απλά : « Σε κάθε μονωμένο σύστημα σωμάτων η ολική ορμή παραμένει σταθερή »

Η ΟΡΜΗ ΚΑΙ Η ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Μπορεί ένα σύστημα να δέχεται εξωτερικές δυνάμεις και όμως να θεωρείται μονωμένο ;

Αυτό γίνεται σε δυο περιπτώσεις :

1^η : Να ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις αλλά η συνισταμένη τους να είναι μηδέν .

2^η : Να ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις αλλά συγκρινόμενες με τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης να είναι αμελητέες και η αλληλεπίδραση να διαρκεί ελάχιστο χρόνο π.χ. κρούση σωμάτων στο αέρα (τα βάρη είναι εξωτερικές δυνάμεις αλλά συγκρινόμενες με τις δυνάμεις κρούσεις είναι ασήμαντες . Ακόμη η κρούση είναι φαινόμενο ακαριαίο . Το ίδιο ισχύει και για την κρούση σε δάπεδο με τριβές).

Άλλο παράδειγμα είναι η έκρηξη σώματος στον αέρα .

Σε αυτές τις περιπτώσεις το σύστημα θα θεωρείται μονωμένο και λίγο πριν και λίγο μετά από το φαινόμενο θα εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για το σύστημα των σωμάτων .

Η ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Από τον δεύτερο νόμο του Newton ή θεμελιώδη νόμο της μηχανικής γνωρίζουμε ότι :

«Αν σε κάποιο σώμα σταθερής μάζας ασκηθεί συνισταμένη δύναμη ($\vec{F}$) το σώμα αποκτά επιτάχυνση ($\vec{a}$) σε ίδια κατεύθυνση και ανάλογη με την συνισταμένη δύναμη» ή μαθηματικά : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ (1)

Όμως $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ και αντικαθιστώντας στην (1)

Έχουμε :

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{dt} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{dt} \quad \text{ή} \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Η τελευταία εξίσωση αποτελεί τη μαθηματική διατύπωση του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα στην γενική του μορφή , που ισχύει και για σύστημα σωμάτων , αλλά και για σώματα που στη διάρκεια της κίνησής τους η μάζα τους μεταβάλλεται και διατυπώνεται θεωρητικά ως εξής : « Αν σε κάποιο σώμα ή σύστημα σωμάτων ασκείται συνισταμένη δύναμη τότε το σώμα ή το σύστημα μεταβάλλει την ορμή του και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε χρονική στιγμή ισούται με τη συνισταμένη δύναμη αυτή και έχει την κατεύθυνσή της » .

Για μια μεγάλη διάρκεια (Δt) θα ισχύει :

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{Σ' αυτή την περίπτωση η σταθερή δύναμη}$$

που υπολογίζεται είναι μέση τιμή της συνισταμένης των ασκούμενων δυνάμεων που εκφράζει τον μέσο ρυθμό μεταβολής της ορμής .

Αν η συνισταμένη δύναμη παραμένει σταθερή τότε ο μέσος και ο στιγμιαίος ρυθμός συμπίπτουν για οποιαδήποτε χρονική διάρκεια .

Για ένα σύστημα σωμάτων οι δυνάμεις διακρίνονται σε εσωτερικές που έχουν πάντα συνισταμένη ίση με το μηδέν , για το σύστημα , και εξωτερικές . Αν και οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν τότε το σύστημα είναι μονωμένο και

$$d\vec{p}_{ολική} = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{p}_{ολική} = \text{σταθερή}$$

Αν το σύστημα έχει δύο μέλη και αλληλεπιδρούν τότε θα μεταβάλλεται η ορμή και των δύο μελών έτσι ώστε κάθε χρονική στιγμή να ισχύει :

$$d\vec{p}_1 + d\vec{p}_2 = 0 \quad \text{ή} \quad d\vec{p}_2 = -d\vec{p}_1$$

Η ΟΡΜΗ ΚΑΙ Η ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Για ένα σύστημα σωμάτων που είναι μονωμένο όταν τα μέλη του συστήματος αλληλεπιδρούν οι ορμές και οι κινητικές ενέργειες των μελών μεταβάλλονται κάθε χρονική στιγμή .

Η συνολική ορμή όμως του συστήματος ανεξάρτητα από το είδος των δυνάμεων αλληλεπίδρασης είναι πάντα σταθερή .

Τι συμβαίνει όμως με την συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος ;

Αυτό εξαρτάται από το είδος των δυνάμεων αλληλεπίδρασης . Αν οι δυνάμεις αυτές είναι διατηρητικές (βαρυτικές , ελαστικές ή ηλεκτρικές) τότε στη διάρκεια της αλληλεπίδρασης μπορεί η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος να μεταβάλλεται , μετά το τέλος όμως της αλληλεπίδρασης η συνολική κινητική ενέργεια παραμένει όσο ήταν και πριν την αλληλεπίδραση σταθερή . Αν όμως ασκούνται μη διατηρητικές δυνάμεις τότε η συνολική κινητική ενέργεια μεταβάλλεται .

Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις για λίγο χρόνο χαρακτηρίζονται ως κρούσεις (στη μηχανική θα σημαίνει και επαφή σωμάτων για να αλληλεπιδράσουν) και υπακούουν πάντα στη διατήρηση της ορμής αφού αναπτύσσονται ισχυρές δυνάμεις αλληλεπίδρασης και διαρκούν ελάχιστα . Αν διατηρείται τελικά και η συνολική κινητική ενέργεια οι κρούσεις λέγονται ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ , διαφορετικά χαρακτηρίζονται ως ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΕΣ .

Μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης στη μηχανική είναι εκείνη κατά την οποία τα σώματα μετά την επαφή παραμορφώνονται μόνιμα και κινούνται ως ένα σώμα . Το σώμα αυτό που προκύπτει από την συνένωση των αρχικών σωμάτων ονομάζεται συσσωμάτωμα και την κρούση αυτή την ονομάζουμε ΤΕΛΕΙΑ ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ ή ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ . Στην κρούση αυτή η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι μικρότερη από τη συνολική αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος και η απώλεια της κινητικής ενέργειας γίνεται ΘΕΡΜΙΚΗ και δικαιολογεί την αύξηση της θερμοκρασίας των συγκρουόμενων σωμάτων .

Για δύο σώματα που συγκρούονται και το σύστημά τους είναι ΜΟΝΩΜΕΝΟ ή θεωρείται ΜΟΝΩΜΕΝΟ στη διάρκεια της κρούσης ισχύει η Α.Δ.Ο.

$$\vec{p}_{ολική} = \text{σταθερή} \Rightarrow \Delta \vec{p}_{ολική} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 = 0 \Rightarrow \Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$$

Αν η κρούση είναι ΕΛΑΣΤΙΚΗ (ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΕΣ ΣΦΑΙΡΕΣ ΑΠΟ ΑΤΣΑΛΙ ή ΕΛΕΦΑΝΤΟΔΟΝΤΟ ή ΣΦΑΙΡΕΣ ΠΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΝΟΝΤΑΙ ΕΛΑΣΤΙΚΑ ΧΩΡΙΣ ΤΡΙΒΕΣ) τότε διατηρείται η ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ και αν δεν υπάρχει παραμόρφωση ΔΙΑΤΗΡΕΙΤΑΙ η ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ .

$$K_{ολική} = \text{σταθερή} \Rightarrow \Delta K_{ολική} = 0 \Rightarrow \Delta K_1 + \Delta K_2 = 0 \Rightarrow \Delta K_1 = -\Delta K_2$$

Αν η κρούση είναι ανελαστική τότε εκλύεται και ΘΕΡΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ (Q) :

$$K_1 + K_2 = K'_1 + K'_2 + Q \Rightarrow Q = K_{αρχική} - K_{τελική}$$

ΟΙ ΡΥΘΜΟΙ ΚΑΙ Η ΙΣΧΥΣ

1. Ο Ρυθμός μεταβολής της θέσης ($\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$) ενός κινητού είναι μέγεθος διανυσματικό και αποτελεί την ταχύτητα του κινητού.

Για την ευθύγραμμη κίνηση $v = \frac{dx}{dt}$

$d\vec{r}$ ή dx = μετατόπιση, διανυσματικό μέγεθος που ενώνει την αρχική με την τελική θέση του κινητού και εκφράζει τη μεταβολή της θέσης του κινητού.

Στο S.I. η μονάδα του ρυθμού μεταβολής της θέσης είναι το : $1 \frac{m}{sec}$

2. Ο Ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας ($\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$) ενός κινητού είναι μέγεθος διανυσματικό και αποτελεί την επιτάχυνση του κινητού.

Στο S.I. η μονάδα του είναι το : $1 \frac{m}{sec^2}$

όπου dW και dt είναι αντίστοιχα το απειροστό έργο (τείνει στο μηδέν) και η απειροστή διάρκεια σε ορισμένη στιγμή, που την επιλέγουμε για να βρούμε πόσος είναι τότε ο ρυθμός παραγωγής του έργου.

Όταν η στιγμιαία ισχύς μεταβάλλεται τότε κάθε στιγμή ο προηγούμενος τύπος δίνει διαφορετικά αποτελέσματα. Δεν αποκλείεται, φυσικά, δύο ή περισσότερες διαφορετικές στιγμές να προκύψει ίδιο αποτέλεσμα. Τότε και με τον τύπο της μέσης ισχύος αν αλλάζουμε τη διάρκεια Δt υπολογίζουμε και διαφορετική τιμή. Οι μονάδες ισχύος είναι :

Στο S.I. 1 Watt ή $1 \text{ W} = 1 \text{ joule/sec}$.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ : $1 \text{ KW} = 10^3 \text{ W}$,

$1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$, $1 \text{ GW} = 10^9 \text{ W}$

Για τη ΜΕΤΡΗΣΗ της ΙΣΧΥΟΣ της μηχανής του αυτοκινήτου χρησιμοποιείται ο ΑΓΓΛΙΚΟΣ ΠΙΠΟΣ $1 \text{ HP} \approx 746 \text{ Watt}$.

Ισχύς δύναμης (P) : Ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που εκφράζει πόσο γρήγορα παράγεται ή καταναλώνεται από μια δύναμη το έργο, εκφράζει δηλαδή το έργο που

παράγει ή καταναλώνει η δύναμη στην μονάδα του χρόνου και υπολογίζεται από τους τύπους :

$P = \Delta W / \Delta t$, όπου Δt η διάρκεια παραγωγής ή κατανάλωσης του έργου. Το πηλίκο αυτό, στη διάρκεια που αναφέρεται, θεωρείται σταθερό και λέγεται ΜΕΣΗ ΙΣΧΥΣ.

Η διάρκεια αυτή όμως έχει άπειρες στιγμές. Είναι πιθανό τις στιγμές αυτές η ισχύς να διαφοροποιείται, τότε η προηγούμενη σχέση μας δείχνει κατά μέσο όρο στη διάρκεια Δt , αν η ισχύς είναι μεγάλη ή μικρή. Αν όμως κάθε στιγμή η ΙΣΧΥΣ είναι ΣΤΑΘΕΡΗ τότε η προηγούμενη εξίσωση δεν εκφράζει μόνο κατά μέσον όρο την ισχύ αλλά μας δείχνει και την σταθερή ΣΤΙΓΜΙΑΙΑ ΙΣΧΥ σε κάθε στιγμή στην ΔΙΑΡΚΕΙΑ Δt . Όταν η στιγμιαία ισχύς μεταβάλλεται τότε υπολογίζεται

από τον τύπο : $P = \frac{dW}{dt}$

Το έργο εκφράζει μετατροπές ενέργειας από μια μορφή σε μια άλλη, ή μεταφορά ενέργειας από ένα σώμα σε ένα άλλο ή ακόμα και μετατροπή και μεταφορά ενέργειας.

Πάρα πολλές φορές αντί να αναφερθούμε στο έργο της δύναμης, αναφερόμαστε στο ποσό της ενέργειας που αλλάζει μορφή, το οποίο φυσικά ΕΙΝΑΙ ΙΣΟ ΜΕ ΤΟ ΕΡΓΟ που το εκφράζει.

Σε τέτοιες περιπτώσεις το μέγεθος που δείχνει το πόσο γρήγορα μια μορφή ενέργειας ΠΑΡΑΓΕΤΑΙ ή ΚΑΤΑΝΑΛΩΝΕΤΑΙ αναφέρεται ως ΡΥΘΜΟΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ και όχι ως ΙΣΧΥΣ.

1. ΡΥΘΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΛΟΓΩ ΤΡΙΒΗΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

$$\frac{dQ}{dt} = \left| \frac{dW_{\text{τριβής}}}{dt} \right| = \left| \frac{-T \cdot dx}{dt} \right| = T \cdot v \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = T \cdot v$$

T = μέτρο τριβής ολίσθησης = $\mu \cdot N$

2. ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F_v}}{dt} = \frac{\Sigma F_v \cdot d\chi}{dt} = \Sigma F_v \cdot v$$

θετικός ή αρνητικός αν το σώμα κερδίζει ή χάνει αντίστοιχα κινητική ενέργεια. Η επιτόχια δύναμη και η ταχύτητα αντικαθίστανται με τα πρόσημα της αλγεβρικής τους τιμής και αν είναι ομόσημες ο ρυθμός είναι θετικός, ενώ αν είναι ετερόσημες ο ρυθμός είναι αρνητικός.

3. ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

$$\frac{dU}{dt} = \frac{-dW_{\beta\alpha\rho\upsilon\varsigma}}{dt} = \frac{-(\pm m \cdot g \cdot d\psi)}{dt} \dot{\eta}$$

$$\frac{dU}{dt} = \mp |m \cdot g \cdot v_{\psi}|$$

όπου v_{ψ} =κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας. Το (-) για κάθοδο και το (+) για άνοδο του σώματος.

Αν η δύναμη σχηματίζει με την ταχύτητα γωνία (φ) τότε :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dW_F}{dt} = \frac{F \cdot d\chi \cdot \sigma\upsilon\nu \varphi}{dt}$$

$$\dot{\eta} \quad \frac{dE}{dt} = |F \cdot v| \cdot \sigma\upsilon\nu \varphi$$

Αν η δύναμη σχηματίζει με την ταχύτητα αμβλεία γωνία (φ) τότε το συνημίτονο είναι αρνητικό γιατί η δύναμη αντιστέκεται στην κίνηση και αφαιρεί ενέργεια από το σώμα (καταναλώνει έργο).

Αν η δύναμη έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα τότε :

$\varphi = 180^\circ$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = -1$ και :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dW_F}{dt} = \frac{-F \cdot d\chi}{dt} = -|F \cdot v|$$

Μονάδα στο S.I όλων των ρυθμών

ενέργειας : $1 \frac{joule}{sec}$

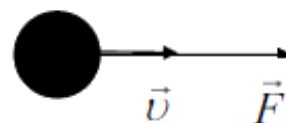
4. ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΤΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

$$\frac{dU}{dt} = \frac{-dW_{\Delta\upsilon\nu.ελατ.}}{dt} = \frac{-(\pm |F_{ελατ.} \cdot d\chi|)}{dt} \dot{\eta}$$

$$\frac{dU}{dt} = \mp |k \cdot \Delta l \cdot v|$$

Το (-) όταν το έργο της δύναμης του ελατηρίου είναι θετικό, δηλαδή η δύναμη του ελατηρίου είναι ομόρροπη της ταχύτητας και το (+) όταν το έργο της δύναμης του ελατηρίου είναι αρνητικό, δηλαδή η δύναμη του ελατηρίου είναι αντίρροπη της ταχύτητας.

5.ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΕ ΕΝΑ ΣΩΜΑ



$$\frac{dE}{dt} = \frac{dW_F}{dt} = \frac{F \cdot d\chi}{dt} = |F \cdot v|$$

Ο ρυθμός μεταφοράς ενέργειας στο σώμα συμπίπτει με τον ρυθμό παραγωγής έργου από την δύναμη.